

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГОУ ВО «ВОЛОГДСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ
МОЛОЧНОХОЗЯЙСТВЕННАЯ АКАДЕМИЯ имени Н.В. ВЕРЕЩАГИНА»

Кафедра технологического оборудования

МЕХАНИКА. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

Учебно-методическое пособие
к лабораторным работам по физике
для студентов по направлению подготовки:
35.03.06 Агроинженерия

Вологда - Молочное
2023

УДК 53(071)
ББК 22.3 р30
М-55

Авторы:

Е.В. Славоросова, кандидат технических наук, доцент кафедры технологического оборудования

Рецензенты:

В. Ю. Ивановская, кандидат экономических наук, доцент кафедры технических системы в агробизнесе;

А. И. Гнездилова, профессор кафедры технологического оборудования ВГМХА, доктор технических наук.

М-55 Механика. Молекулярная физика: учебно-методическое пособие / Е.В. Славоросова. Вологда–Молочное: ФГБОУ ВО Вологодская ГМХА, 2023.-96 с.

Учебно-методическое пособие к практикуму по физике «Механика. Молекулярная физика» предназначено для бакалавров по направлению подготовки 35.03.06 Агроинженерия.

Печатается по решению редакционно-издательского совета ФГБОУ ВО Вологодская ГМХА.

УДК 53(071)
ББК 22.3 р30

© Славоросова Е.В., 2023
© ФГБОУ ВО Вологодская ГМХА, 2023

Предисловие.

Настоящее пособие предназначено для бакалавров инженерных направлений подготовки в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом.

Пособие рекомендовано в качестве основного материала для подготовки к лабораторному практикуму. Однако это не исключает необходимость пользования рекомендуемыми учебниками.

В пособии дается описание 8 работ по механике и молекулярной физике. Каждая работа содержит подробный теоретический материал, раскрывающий раздел физики, теоретическое обоснование метода эксперимента, описание установки, порядок выполнения работы и последовательность обработки результатов измерений. В конце работы приводятся список рекомендуемой литературы и вопросы для самопроверки.

Введение: ИЗМЕРЕНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН И КЛАССИФИКАЦИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ

Одной из основных задач лабораторного практикума, помимо содействия лучшему усвоению идей и законов физики, является воспитание у студентов навыков самостоятельной практической работы и, прежде всего, грамотного выполнения измерений физических величин.

Измерить какую-либо величину - значит узнать, сколько раз заключается в ней однородная величина, принятая за единицу измерения.

Непосредственно измерять данную величину (**прямое измерение**) приходится очень редко. В большинстве случаев производятся не прямые измерения данной величины, а **косвенные** - через величины, связанные с измеряемой физической величиной определенной функциональной зависимостью.

Измерить физическую величину абсолютно точно невозможно, т.к. всякое измерение сопровождается той или иной ошибкой или погрешностью. Ошибки измерений можно разделить на две основные группы: систематические и случайные.

Систематические ошибки вызываются факторами, действующими одинаковым образом при многократном повторении одних и тех же измерений. Возникают они чаще всего от несовершенства приборов для измерений, от недостаточно разработанной теории опыта, а также от использования для расчетов неточных данных.

Систематические ошибки всегда односторонне влияют на результат измерений, только увеличивая или уменьшая их. Обнаружить и устранить эти ошибки часто нелегко, т. к. требуется кропотливый и тщательный анализ метода, которым были проведены измерения, а также проверка всех измерительных приборов.

Случайные ошибки возникают вследствие самых различных как субъективных, так и объективных причин: изменения напряжения в сети (при электрических измерениях), изменения температуры в процессе измерений, неудобного расположения приборов на столе, недостаточной чувствительности экспериментатора к тем или иным физиологическим ощущениям, возбужденного состояния работающего и др. Все эти причины приводят

к тому, что несколько измерений одной и той же величины дают различные результаты.

Таким образом, к случайным ошибкам следует отнести все те ошибки, многочисленные причины которых для нас неизвестны или неясны. Эти ошибки к тому же еще и непостоянны, а потому, вследствие случайных обстоятельств, они могут, как увеличивать, так и уменьшать значение измеряемой величины. Ошибки такого типа подчиняются законам теории вероятностей, установленным для случайных явлений.

Исключить случайные ошибки, возникающие при измерениях, нельзя, но оценить ошибки, с которыми получен тот или иной результат, можно.

Иногда говорят еще о **промахах или просчетах** - это ошибки, возникающие в результате небрежности отсчетов по приборам, неразборчивости в записи их показаний. Такие ошибки не подчиняются никакому закону. Единственное средство устранить их - внимательно сделать повторные (контрольные) измерения. Эти ошибки в расчет не принимают.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ ПРИ ПРЯМЫХ ИЗМЕРЕНИЯХ

Надо измерить некоторую величину. Пусть $N_1, N_2, N_3 \dots N_n$ - результаты отдельных измерений данной величины, n - число отдельных измерений. Наиболее близким к истинному значению измеряемой величины является **среднее арифметическое ряда отдельных измерений**, т.е.

$$N_{cp} = \frac{N_1 + N_2 + \dots + N_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n N_i \quad (1)$$

Результаты отдельных измерений отличаются от среднего арифметического значения. Эти отклонения от среднего значения носят название абсолютных ошибок. **Абсолютной ошибкой данного измерения называется разность между средним арифметическим значением и данным измерением.** Абсолютные ошибки принято обозначать греческой буквой дельта (Δ) и ставить перед величиной, для которой эта ошибка находится. Таким образом,

$$\Delta N_1 = N_{cp} - N_1$$

$$\begin{aligned} \Delta N_2 &= N_{cp.} - N_2 \\ &\dots\dots\dots \\ \Delta N_n &= N_{cp.} - N_n \end{aligned} \quad (2)$$

Абсолютные ошибки отдельных измерений некоторой величины в какой-то степени характеризуют точность каждого из измерений. Они могут иметь различные значения. Точность результата ряда измерений одной какой-либо величины, т.е. точность среднего арифметического значения, естественно характеризовать каким-то одним числом. В качестве такой характеристики берут **среднюю абсолютную ошибку**. Ее находят путем сложения абсолютных ошибок отдельных измерений без учета их знаков и деления на число измерений:

$$\Delta N_{cp} = \frac{|\Delta N_1| + |\Delta N_2| + \dots + |\Delta N_n|}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\Delta N_i| \quad (3)$$

Средней абсолютной ошибке приписываются оба знака. Результат измерений с учетом ошибки принято записывать в виде:

$$N = (N_{cp.} \pm \Delta N_{cp.}) \quad (4)$$

с указанием за скобками единиц измерения определяемой величины. Не следует думать, что величина N имеет два значения $(N_{cp.} - \Delta N_{cp.})$ и $(N_{cp.} + \Delta N_{cp.})$; N имеет только одно значение, а знак "+" и "-" показывает, что истинное значение измеряемой величины лежит в интервале от $N_{cp.} - \Delta N_{cp.}$ до $N_{cp.} + \Delta N_{cp.}$ т.е.

$$N_{cp.} - \Delta N_{cp.} \leq N \leq N_{cp.} + \Delta N_{cp.} \quad (5)$$

Очевидно, чем меньше средняя абсолютная ошибка $\Delta N_{cp.}$, тем меньше тот интервал, в котором заключено истинное значение измеряемой величины N , и тем точнее измерена эта величина.

Теория вероятностей дает более строгий способ вычисления абсолютной ошибки результата, устанавливая понятие **средней квадратичной ошибки**, определяемой формулой:

$$\Delta N_{\sigma} = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta N_i)^2}{n \cdot (n-1)}}$$

Если точность прибора такова, что при любом числе измерений получается одно и то же число, лежащее где-то между делениями шкалы, то приведенный метод определения погрешности не применим. В этом случае измерение производится один раз, и результат измерения записывается так:

$$N' = N'_{cp} + \Delta N_{np}, \quad (6)$$

где N' - искомый результат измерения;

N'_{cp} - средний результат, равный среднему арифметическому из двух значений, соответствующих соседним делениям шкалы, между которыми заключено остающееся неизвестным значение измеряемой величины;

ΔN_{np} - предельная погрешность, равная половине цены деления прибора.

Часто в работах даются значения величин, измеренных заранее. В таких случаях **абсолютную погрешность принимают равной ее предельной величине, т.е. равной половине единицы наименьшего разряда, представленного в числе.** Например, если дана масса тела $m = 532,4$ г. В данном числе наименьший представленный разряд – десятые, тогда абсолютная ошибка $\Delta m = 0,1/2 = 0,05$ г, следовательно:

$$m = (532,4 \pm 0,05) \text{ г}$$

Чтобы получить более точное представление об измерениях некоторой величины и иметь возможность сравнить точность различных измерений (в том числе и величин разной размерности) принято находить относительную ошибку результата. **Относительной ошибкой результата измерения называется отношение абсолютной ошибки к самой величине**

отношение абсолютной ошибки к самой величине $\frac{\Delta N}{N}$.

Обычно находят только среднюю относительную ошибку результата измерений " E ", которая вычисляется как отношение средней абсолютной ошибки измеряемой величины к ее среднему арифметическому значению и выражается в процентах

$$E = \frac{\Delta N_{cp}}{N_{cp}} \cdot 100\% \quad (7)$$

Определение погрешностей для прямых измерений удобно производить по следующей таблице.

№ п/п	N_i	$ \Delta N_i $	$\frac{\Delta N_{cp}}{N_{cp}} \cdot 100\%$	$N = N_{cp} \pm \Delta N_{cp}$
1				
2				
...		
n				
среднее значение				

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОШИБОК ДЛЯ РЕЗУЛЬТАТОВ КОСВЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

В большинстве случаев искомая физическая величина является функцией одной или нескольких измеряемых величин. Для определения такой величины необходимо провести ряд непосредственных измерений вспомогательных величин, а затем, пользуясь известными соотношениями между этими величинами (формулами физических законов) и табличными значениями входящих в эти соотношения постоянных, вычислить искомую величину. Далее, зная ошибки, допущенные при измерениях вспомогательных величин, и точность, с которой взяты табличные значения, необходимо найти возможную ошибку результата измерений.

В тех случаях, когда искомую величину находят путем элементарных математических операций, для определения ошибки результата по ошибкам исходных данных можно воспользоваться формулами, данными в таблице.

Эти формулы выведены при условии, что ошибки всех исходных данных малы по сравнению с самими величинами и что произведения, квадратами и более высокими степенями ошибок можно пренебречь как величинами второго порядка малости. Практически этими формулами можно пользоваться, если ошибки исходных данных порядка 10% и меньше. Кроме того, при выводе формул предполагалось самое неблагоприятное сочетание знаков ошибок исходных данных, т.е. формулы определяют ве-

личину максимально возможной или предельной ошибки результата.

№ п/п	Математическая операция	Абсолютная ошибка	Относительная ошибка
1	$N = A + B$	$\pm (\Delta A + \Delta B)$	$\pm \frac{\Delta A + \Delta B}{A + B}$
2	$N = A - B$	$\pm (\Delta A + \Delta B)$	$\pm \frac{\Delta A + \Delta B}{A - B}$
3	$N = A \cdot B$	$\pm (A \cdot \Delta B + B \cdot \Delta A)$	$\pm \left(\frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B} \right)$
4	$N = \frac{A}{B}$	$\pm \frac{B \cdot \Delta A + A \cdot \Delta B}{B^2}$	$\pm \left(\frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B} \right)$
5	$N = A^n$	$\pm n \cdot A^{n-1} \cdot \Delta A$	$\pm n \cdot \frac{\Delta A}{A}$
6	$N = \sqrt[n]{A}$	$\pm \frac{1}{n} \cdot A^{\frac{1}{n}-1} \cdot \Delta A$	$\pm \frac{1}{n} \cdot \frac{\Delta A}{A}$
7	$N = \sin A$	$\pm \cos A \cdot \Delta A$	$\pm \operatorname{ctg} A \cdot \Delta A$
8	$N = \cos A$	$\pm \sin A \cdot \Delta A$	$\pm \operatorname{tg} A \cdot \Delta A$
9	$N = \operatorname{tg} A$	$\pm \frac{\Delta A}{\cos^2 A}$	$\pm \frac{2 \cdot \Delta A}{\sin 2A}$
10	$N = \operatorname{ctg} A$	$\pm \frac{\Delta A}{\sin^2 A}$	$\pm \frac{2 \cdot \Delta A}{\sin 2A}$

В случае, когда расчетная формула содержит такое сочетание действий, которого нет в таблице, ошибки следует находить путем последовательного применения этих правил к каждой математической операции.

Например, коэффициент трения рассчитывается по формуле:

$$k = \frac{m_2 h}{m_1 h + (m_1 - m_2) d}$$

Получим формулу для расчета абсолютной ошибки измерения данной величины. Для этого воспользуемся формулой относительной погрешности.

$$E = \frac{\Delta k}{k}$$

Формулу для расчета относительной погрешности получим с использованием таблицы.

$$E = \frac{\Delta m_2}{m_2} + \frac{\Delta h}{h} + \frac{\Delta[(m_1 h + (m_1 - m_2) d)]}{m_1 h + (m_1 - m_2) d}$$

Рассмотрим отдельно

$$\begin{aligned} \Delta[(m_1 h + (m_1 - m_2) d)] &= \Delta(m_1 h) + \Delta[(m_1 - m_2) d] = \\ &= m_1 \Delta h + h \Delta m_1 + (m_1 - m_2) \Delta d + d \Delta(m_1 - m_2) = \\ &= m_1 \Delta h + h \Delta m_1 + (m_1 - m_2) \Delta d + d(\Delta m_1 + \Delta m_2) \end{aligned}$$

Подставим полученное выражение в формулу относительной ошибки:

$$E = \frac{\Delta m_2}{m_2} + \frac{\Delta h}{h} + \frac{m_1 \Delta h + h \Delta m_1 + (m_1 - m_2) \Delta d + d(\Delta m_1 + \Delta m_2)}{m_1 h + (m_1 - m_2) d}$$

Тогда абсолютная ошибка измерения коэффициента трения будет рассчитываться по формуле:

$$\Delta k = kE$$

При сложной зависимости между физическими величинами использовать формулы таблицы не всегда рационально. Последовательное применение формул может привести к значительному завышению ошибки в тех случаях, когда одна и та же величина входит в формулу два раза или более. Поэтому для нахождения ошибок в случае сложной зависимости часто удобнее пользоваться дифференциальным методом.

Пусть, например, для измерения искомой величины N , которую не удаётся определить непосредственно, пришлось измерить некоторую другую величину x , связанную с первой функциональной зависимостью:

$$N = f(x) \quad (8)$$

Пусть средняя абсолютная ошибка измерения величины x есть $\pm dx$; эта ошибка вызовет соответствующую ошибку в искомой величине $\pm dN$. Очевидно,

$$N \pm dN = f(x \pm dx)$$

Разлагая правую часть последнего равенства в ряд Тейлора, получим

$$N \pm dN = f(x) \pm dx \cdot \frac{df(x)}{dx} \pm dx^2 \cdot \frac{d^2 f(x)}{2! dx^2} \pm \dots$$

Пренебрегая членами разложения, содержащими dx в степени выше первой, получим

$$N \pm dN = f(x) \pm dx \cdot \frac{df(x)}{dx}$$

или, принимая во внимание равенство (8),

$$dN = \pm dx \cdot \frac{df(x)}{dx}$$

т.е. абсолютная ошибка функции равна абсолютной ошибке аргумента, умноженной на производную этой функции.

Т.к. относительная ошибка измерения определяется по формуле

$$E = \pm \frac{dN}{N}$$

или

$$E = \pm \frac{dx}{f(x)} \cdot \frac{df(x)}{dx}$$

Как известно это выражение представляет собой дифференциал натурального логарифма от $f(x)$:

$$E = \pm \frac{\Delta N}{N} = \pm d[\ln f(x)] \quad (9)$$

Следовательно, **относительная ошибка функции одного переменного равна дифференциалу натурального логарифма функции.**

Если измеряемая величина является функцией не одного, а многих переменных, т.е. если

$$N = f(x_1, x_2 \dots x_n)$$

то необходимо найти ошибки в величине N , вызванные ошибками в каждой отдельной величине x ; обозначим эти частные погрешности в величине N соответственно через $\partial N_1, \partial N_2, \dots, \partial N_n$. Имея в виду самый неблагоприятный случай, т.е. находя максимально возможное значение абсолютной погрешности конечного результата, надо сложить арифметически все частные погрешности (независимо от результатов дифференцирования). Итак,

$$dN = \pm \left[|dx_1| \cdot \left| \frac{\partial N}{\partial x_1} \right| + |dx_2| \cdot \left| \frac{\partial N}{\partial x_2} \right| + \dots + |dx_n| \cdot \left| \frac{\partial N}{\partial x_n} \right| \right] \quad (10)$$

Само собой разумеется, что, дифференцируя величину N по x_1 необходимо величины $x_2, x_3 \dots x_n$ считать постоянными, дифференцируя по x_2 - считать $x_1, x_3 \dots x_n$ постоянными и т. д.

Относительная погрешность измерений найдется из соотношения

$$E = \pm \frac{dN}{N} = \pm \frac{1}{f(x_1, x_2, \dots, x_n)} \cdot \left[|dx_1| \cdot \left| \frac{\partial N}{\partial x_1} \right| + |dx_2| \cdot \left| \frac{\partial N}{\partial x_2} \right| + \dots + |dx_n| \cdot \left| \frac{\partial N}{\partial x_n} \right| \right] \quad (11)$$

Или

$$E = \pm \frac{dN}{N} = d[\ln f(x_1, x_2, \dots, x_n)]$$

Для величин, выраженных формулами в виде, удобном для логарифмирования, легче найти выражение относительной ошибки, чем абсолютной. Поэтому при вычислении ошибок результатов косвенных измерений таких величин целесообразно написать сначала формулу для относительной ошибки и найти её численное значение. Затем, пользуясь соотношением между относительной и абсолютной ошибками, определить только численное значение абсолютной ошибки:

$$\Delta N = E \cdot N$$

Все вычисления рекомендуется проводить с помощью калькулятора, производя округления по правилам приближенных чисел. Необходимо твердо помнить, что точность результата определяется точностью измерительных приборов и тщательностью исходных измерений и не может быть повышена в дальнейшем пу-

тем искусственного набирания знаков при производстве арифметических действий.

ГРАФИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

При обработке результатов измерений часто пользуются графическим методом. Такой метод бывает, необходим тогда, когда требуется проследить зависимость какой-либо физической величины от другой, например $y=f(x)$. Для этого производят ряд наблюдений искомой величины y , для разных значений переменной величины x . Для наглядности эту зависимость изображают графически.

В большинстве случаев пользуются прямоугольной системой координат. Значение независимого аргумента x откладывают

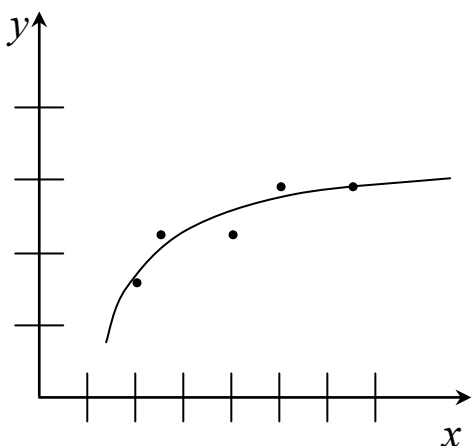


Рис.1

по оси абсцисс, в произвольно выбранном масштабе, а по оси ординат также в произвольном масштабе откладывают значения y . Полученные на плоскости точки (рис.1) соединяют между собой кривой, которая является графическим изображением функции $y=f(x)$. Эта кривая вычерчивается плавной, без резких искривлений. Она должна охватывать как можно больше точек или проходить между ними так, чтобы по обе

стороны от нее точки распределились равномерно. Кривая окончательно вычерчивается при помощи лекал частями, перекрывающимися друг друга.

Пользуясь кривой, изображающей зависимость $y=f(x)$, можно производить графическим путем **интерполяцию**, т.е. находить значения y даже для таких значений x , которые непосредственно не наблюдались, но которые лежат в интервале от x_1 до x_n . Из любой точки этого интервала можно провести ординату до пересечения с кривой, длина этих ординат и будет представлять значения величины y для соответствующих значений x . Иногда оказывается возможным нахождение $y=f(x)$ при значениях x , лежащих вне измеряемого интервала (x_1, \dots, x_n), путем **экстраполяции** кривой $y=f(x)$.

Кроме системы координат с равномерным масштабom, применяют полулогарифмические и логарифмические шкалы. Полулогарифмическая система координат (рис.2) очень удобна для построения кривых вида $y = a \cdot e^{\pm k \cdot x}$. Если значения x откладывать на оси абсцисс (равномерная шкала), а значения y - по неравномерной оси ординат (логарифмическая шкала), то график зависимости - прямая линия.

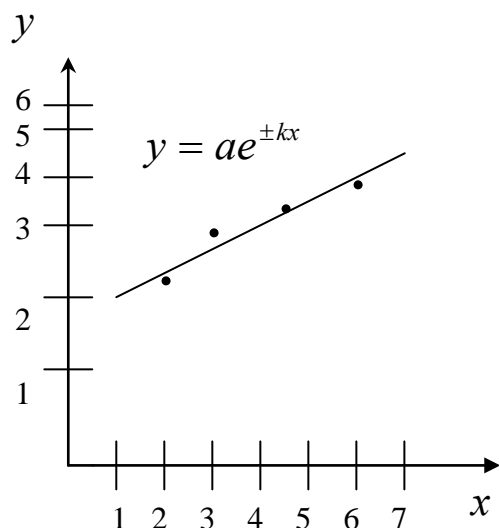


Рис.2

ОРГАНИЗАЦИЯ РАБОТЫ СТУДЕНТА В ФИЗИЧЕСКОЙ ЛАБОРАТОРИИ

Во многих случаях тематика лабораторных занятий опережает лекционный курс. Поэтому лабораторные занятия требуют систематической самостоятельной работы студента над рекомендуемой литературой.

Выполнение студентом лабораторной работы складывается из следующих трех этапов.

Первый этап работы выполняется вне лаборатории и состоит в предварительной подготовке к проведению физического эксперимента. Предварительная подготовка заключается в изучении теории того явления, которое исследуется в лаборатории, в изучении метода и условий эксплуатации физических приборов, используемых в работе, и в составлении плана предстоящих измерений по каждому заданию работы. Результатом предварительной подготовки является письменный отчет в виде короткого, но ясного изложения теории явления, теории метода и необходимых таблиц. Таким образом, отчет о лабораторной работе начинает составляться до проведения эксперимента. **БЕЗ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ К ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТ НЕ ДОПУСКАЕТСЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ЭКСПЕРИМЕНТА.**

Проведение физического эксперимента в лаборатории является вторым этапом выполнения лабораторной работы. Работая в лаборатории, необходимо соблюдать следующие правила:

1. До начала выполнения эксперимента следует найти на лабораторном столе все приборы и принадлежности, нужные для выполнения работы. Нельзя брать приборы с другого лабораторного стола.
2. Без проверки преподавателем или лаборантом монтажа установки нельзя приступать к измерениям. В частности, нельзя включать в электрические цепи источники ЭДС, их включают только с разрешения преподавателя или лаборанта. Невыполнение указанного правила часто приводит к порче измерительных приборов.
3. Производят наблюдения и отсчеты. Эта часть работы является наиболее ответственной и ее надо проводить очень аккуратно и

тщательно, согласно указаниям, которые даны в каждой работе для измерения и наблюдения данной физической величины. Все результаты измерений заносят в таблицы записи результатов, данные в конце каждой работы.

4. Обрабатывают результаты измерений: вычисляют измеряемую величину по формуле и дают оценку погрешностей измерений.

Третий этап работы состоит в сдаче преподавателю зачета по выполненной лабораторной работе. Сдача зачета включает в себя: устный отчет по теории работы и письменный, в котором помимо данных предварительной подготовки приведены как первичные результаты эксперимента, так и окончательная обработка результатов.

Письменный отчет оформляется по следующему плану:

1. Записывают название работы.
2. Дают краткое описание теории явления и метода измерения с показом схем приборов и установок и подготавливают таблицу для записи измерений.
3. В таблицу записи измерений вписывают результаты всех первичных измерений (из опыта).
4. По расчетной формуле проводят вычисление искомой величины.
5. При необходимости строят график.
6. Вычисляют погрешности измерения и записывают окончательный результат.
7. По результатам работы делают выводы.

Лабораторная работа № 1

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТРЕНИЯ СКОЛЬЖЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ ТРИБОМЕТРА

ТЕОРИЯ

СИЛЫ ТРЕНИЯ

Внешнее трение - противодействие относительно перемещению соприкасающихся тел, направленному вдоль плоскости соприкосновения. Вызывается силами, возникающими между соприкасающимися телами при их относительном перемещении. Составляющая этих сил, расположенная в плоскости соприкосновения и направленная противоположно перемещению, называется силой внешнего трения (в отличие от аналогичных сил, возникающих при относительном перемещении отдельных частей одного и того же тела и называемых силами внутреннего трения).

Трение – диссипативный процесс, т.е. такой, при котором полная механическая энергия при движении непрерывно уменьшается, переходя в другие немеханические формы энергии. Это процесс, сопровождающийся выделением тепла, электризацией тел, их разрушением и т. д.

Сухое трение.

Трение между поверхностями двух твердых тел при отсутствии какой-либо прослойки, например смазки, называется сухим. Различают три вида сухого трения: трение покоя, трение скольжения и трение качения. Трение полозьев саней о снег, коньков о лед, топора о дерево - это трение скольжения. Когда же катится колесо вагона, автомобиля, велосипеда, перекатываются бревна, бочки – проявляется трение качения.

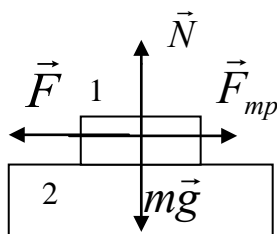


Рис.1

Рассмотрим два соприкасающихся тела 1 и 2, из которых последнее закреплено неподвижно (рис.1). На тело 1 действуют силы: - сила тяжести, сила трения, сила реакции опоры и внешняя сила. На опору (тело 2) действует сила $\vec{F}_{н.д.}$, направленная по нормали к поверхности соприкосновения тел. Она называется **силой нормального давления** и, в частном случае, может быть обуслов-

лена весом тела $(|m\vec{g}| = |\vec{F}_{н.д}|)$. Подействуем на тело 1 внешней силой \vec{F} . При этом обнаруживается, что движение тела 1 не возникает, пока величина внешней силы \vec{F} не достигнет некоторого критического значения \vec{F}_0 . Это говорит о том, что существует сила трения, равная по величине внешней силе и противоположна ей по направлению. Такая сила трения называется **статической**, или **силой трения покоя**. Наибольшее значение силы трения покоя равно \vec{F}_0 (максимальной силе трения покоя прямо пропорциональна силе нормального давления).

$$\vec{F}_{тр} = k_{пок} \vec{N}$$

После того, как величина внешней силы \vec{F} превысила критическое значение \vec{F}_0 , сила трения уже не может достичь величины внешней силы, тело начинает скользить. При этом действует так же сила трения, направление которой противоположно возникшему скольжению. В этом случае сила трения называется **кинетической** или **силой трения скольжения**. Как и максимальная сила трения покоя, сила трения скольжения пропорциональна силе нормального давления и, следовательно:

$$\vec{F}_{тр} = k_{ск} \vec{N}.$$

Коэффициент трения скольжения меньше коэффициента трения покоя.

Сила, возникающая между соприкасающимися и катящимися друг относительно друга телами, называется **силой трения качения**, причиной возникновения которой является деформация соприкасающихся поверхностей.

$$\vec{F}_{кач} = k_{кач} \frac{\vec{N}}{R},$$

где R – радиус катящегося тела.

Коэффициент трения качения много меньше коэффициента трения скольжения. $k_{кач} \ll k_{ск} \ll k_{пок}$

Сила трения покоя зависит от физических условий на поверхности соприкосновения (механической обработки трущихся поверхностей, их чистоты), от силы, прижимающей тело к по-

верхности, материала трущихся поверхностей, а сила трения скольжения - также и от скорости скольжения.

Сила трения имеет электромагнитную природу.

Поверхность соприкасающихся тел не является абсолютно ровной. **В возникновении сил трения существенную роль играют силы взаимодействия в отдельных зацеплениях**, образованных углублениями и выступами на шероховатых поверхностях. При движении одной поверхности вдоль другой их выступы зацепляются друг за друга и ломаются; вещество трущихся поверхностей размельчается. Это и создает некоторую силу, задерживающую движение, направленную вдоль соприкасающихся поверхностей, в противоположную сторону их относительного перемещения.

В случае достаточно гладких поверхностей сила трения зависит главным образом от сил молекулярного взаимодействия между поверхностями.

Максимальное значение силы трения покоя определяется силой молекулярного взаимодействия поверхностей соприкасающихся тел. Когда одно тело начинает скользить по поверхности другого, связи между атомами (молекулами) первоначально неподвижных тел разрываются, трение уменьшается. При дальнейшем относительном движении тел постоянно образуются новые связи между атомами. При этом сила трения скольжения остается постоянной, несколько меньшей силы трения покоя. Именно поэтому сила трения скольжения зависит от относительной скорости движения соприкасающихся тел.

Зависимость силы трения скольжения от относительной скорости можно представить графически (рис.2). График охватывает как случай покоя, так и случай скольжения. При $v = 0$ сила трения покоя может принимать любые значения в пределах $0 < F_{TP} < F_0$, в зависимости от величины приложенной внешней силы, что отражено на графике вертикальным отрезком ОА. Дальнейшая зависимость силы трения от относительной скорости представлена кривой АВС. С увеличением скорости v сила трения скольжения вначале несколько убывает (АВ), а затем по мере увеличения относительной скорости она возрастает (ВС)(рис.2,а)

В случаях, когда состояние и природа поверхностей не изменяются, сила трения скольжения практически не зависит от скорости скольжения и равна максимальному значению силы трения покоя F_0 (рис. 2,б).

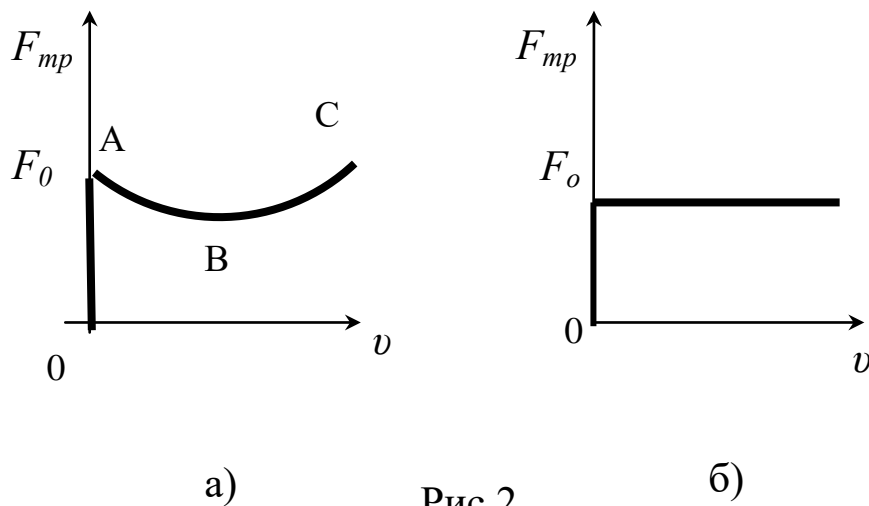


Рис.2

Для количественной характеристики трущихся поверхностей пользуются **коэффициентом трения скольжения**. Это **безразмерная величина, равная отношению силы трения к величине силы нормального давления между соприкасающимися поверхностями** и она **всегда меньше единицы**.

$$k = \frac{F_{TP}}{F_{н.д}}$$

Величина силы трения (при данной силе нормального давления) для твердых соприкасающихся поверхностей в довольно широких пределах **не зависит от величины соприкасающихся поверхностей**

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: определение коэффициента трения скольжения: стали по дереву, эбонита по дереву, дерева по дереву.

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Испытуемый брусок S помещается на трибометре (доска шириной 15 – 20 см и длиной 50 – 70 см, с укрепленным на ней блоком) или на столе (рис.3). К нему прикрепляется нить, которая проходит через блок и натягивается горизонтально грузом Р. Придерживая брусок рукой (или прижимая его добавочным гру-

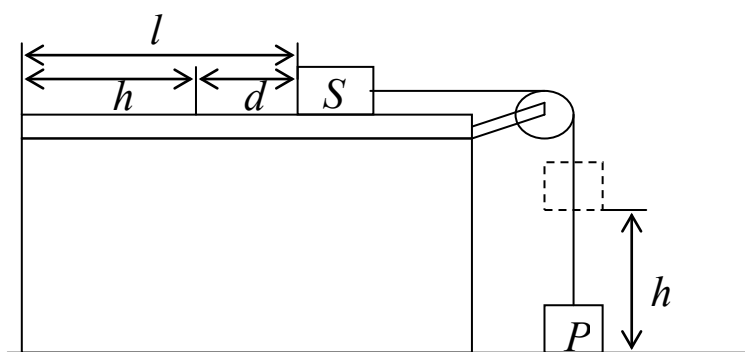


Рис. 3

зом), отмечают положение края тела (т.А) и измеряют высоту груза Р над уровнем пола (h).

Отпускают руку(или снимают дополнительный груз с тела S). Так как вес

груза Р значительно больше силы трения, то брусок S приходит в ускоренное движение. Когда действие силы прекращается, брусок движется по инерции и в некоторый момент времени останавливается. При этом кинетическая энергия всей системы расходуется на работу против сил трения. Вновь отмечают положение края тела на доске трибометра (т. В) (рис.3). расстояние АВ, равное l , есть перемещение тела. Пусть m_1 и m_2 массы бруска S и груза Р; h – высота груза; d – путь, проходимый бруском по инерции. Тогда уравнения движения бруска и груза соответственно запишутся

$$m_1 a = F_n - k m_1 g \quad (1)$$

$$m_2 a = m_2 g - F_n \quad (2)$$

где F_n – сила натяжения нити.

Исключая из уравнений (1) и (2) силу натяжения F_n получаем

$$m_1 a + k m_1 g = m_2 (g - a) \quad (3)$$

Из закона сохранения энергии следует, что кинетическая энергия движущегося по доске тела в конце разгона расходуется на работу по преодолению сил трения на пути торможения.

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = k m_1 g h, \quad (4)$$

где v_1 – скорость, которую приобретает брусок m_1 , двигаясь равноускоренно с ускорением a на пути h .

$$v_1 = \sqrt{2ah} \quad (5)$$

Подставляя (5) в (4), получаем

$$m_1 a h = k m_1 g d, \quad (6)$$

Отсюда определяем ускорение бруска

$$a = \frac{km_1gd}{m_1h} - \frac{kgd}{h} \quad (7)$$

Заменяя в уравнении (3) ускорение a через (7) и решая его относительно коэффициента трения k , получаем

$$k = \frac{m_2h}{m_1h + (m_1 + m_2)d} \quad (8)$$

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

ПРИБОРЫ И ПРИНАДЛЕЖНОСТИ: трибометр; брусок, грани которого сделаны из различного материала (сталь, текстолит, дерево, оргстекло), груз, линейка.

ХОД РАБОТЫ.

1. Определяют высоту падения груза h . Для этого брусок S располагают на доске так, чтобы его конец совпадал со срезом доски. Затем, придерживая брусок S , дают ему возможность равномерно двигаться по трибометру под действием опускающегося груза P (нить должна быть натянута) и по линейке измеряют положение бруска относительно среза доски. Это расстояние и есть высота падения груза h .
2. Снова совмещают конец бруска S со срезом доски и предоставляют ему возможность двигаться под действием груза P . При падении груза P на пол брусок S проходит путь l . Опыт повторяют 5 раз для каждой поверхности бруска.
3. Определяют путь торможения $d = l_{cp} - h$.
4. Подсчитывают значение коэффициента трения скольжения k для каждой пары трущихся поверхностей по формуле (8).
5. Все полученные опытом результаты заносят в таблицу.

Таблица

Поверх- ность бруска	m_1 , кг	m_2 , кг	Δm	h	Δh	l_1	l_2	l_3	l_4	l_5	l_c	Δl	d	Δd	k	Δk	
Сталь	0,9	0,56	0,005														
Текстолит																	
Дерево																	
Орг.стекло																	

6. Рассчитывают относительную и абсолютную погрешность определения коэффициента трения (см. стр.), записывают окончательный результат в виде $k = (k \pm \Delta k)$ для каждой пары поверхностей.
7. По результатам работы делают вывод о влиянии материала и качества обработки трущихся поверхностей на величину коэффициента трения.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ.

1. Объясните причины возникновения сухого и вязкого трения. Приведите примеры.
2. Что называется силой трения скольжения?
3. Что называется коэффициентом трения скольжения? От чего он зависит?
4. Какие силы действуют на брусок, лежащий на горизонтальной поверхности?
5. Напишите по второму закону динамики уравнение движения бруска с учетом сил трения?
 - а) если брусок движется по горизонтальной поверхности равномерно;
 - б) если брусок движется по горизонтальной поверхности ускоренно;
 - в) если брусок движется равномерно по наклонной поверхности;
 - г) если брусок движется вниз по наклонной поверхности;
 - д) если брусок движется ускоренно вверх по наклонной поверхности.

6. Опишите движение бруска под действием силы натяжения нити и по инерции.
7. Как направлена сила трения при ходьбе человека и движении автомобиля?

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Т. И. Трофимова. Курс физики. – М.: Высшая школа, 2020 г.
2. И.В.Савельев. Курс общей физики. т. 1 – М.: Наука, 2022 г.
3. Р.И.Грабовский. Курс физики. – СПб.: «Лань», 2009.

Лабораторная работа № 2 ИССЛЕДОВАНИЕ УПРУГИХ ДЕФОРМАЦИЙ

ТЕОРИЯ

ДЕФОРМАЦИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА.

Деформация - это изменение формы и размеров тела (или его частей) под действием внешних сил.

Деформация твердого тела представляет собой результат изменения межатомных расстояний и перегруппировки блоков атомов. Деформация твердого тела происходит под действие механических сил, электрического и магнитного полей, вследствие изменения температуры, усадки материала.

Если после прекращения действия сил, вызвавших деформацию, тело принимает первоначальные размеры и форму, **деформация** называется **упругой**. Деформация, которая сохраняется в теле после прекращения действия внешних сил называется **пластической**.

Существуют различные виды упругих деформаций твердого тела: растяжение, сжатие, кручение, сдвиг, изгиб, но все они могут быть сведены к двум основным: **растяжению (или сжатию) и сдвигу**.

Деформация растяжения (или сжатия).

Если к концам однородного стержня постоянного сечения при-

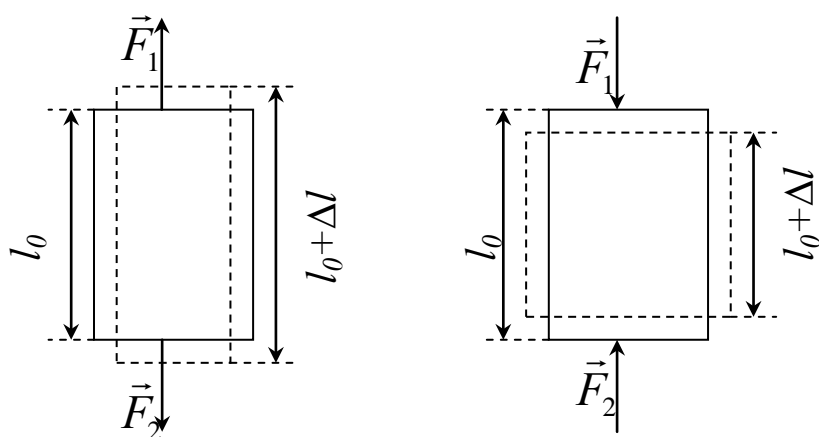


Рис.1

ложить направленные вдоль его оси силы \vec{F}_1 и \vec{F}_2

($\vec{F}_1 = \vec{F}_2 = \vec{F}$), действие которых распределено по всему сечению, то длина стержня получит положительное (при растяжении) и отрицательное (при

сжатии) приращение длины Δl (рис.1). В теле возникают силы $\vec{F}_{упр.}$, препятствующие растяжению и имеющие электромагнитную природу. Сила упругости прямо пропорциональна деформации

ции $\vec{F}_{упр.} = -\kappa\Delta l$. Сила упругости направлена в противоположную сторону силе вызывающей деформацию (внешней силе). Изменение длины тела под действием внешних сил, равное $\Delta l = l - l_0$, называется абсолютной деформацией. Абсолютная деформация измеряется в метрах.

Величиной, характеризующей деформацию стержня, является относительное изменение его длины – это отношение абсолютной деформации Δl к первоначальной длине l_0

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \quad (1)$$

Безразмерная величина ε показывает, на какую часть увеличилась или уменьшилась длина тела по отношению к первоначальной длине и называется относительной деформацией.

Относительное удлинение при упругой деформации пропорционально силе, приходящейся на единицу площади поперечного сечения стержня

$$\varepsilon = \alpha \frac{F}{S}, \quad (2)$$

где α - коэффициент упругости, зависящий только от свойств материала стержня.

Величина, равная силе, действующей на единицу площади поперечного сечения стержня, называется механическим напряжением.

Если сила направлена по нормали к поверхности, напряжение называется **нормальным** и обозначается буквой σ .

Если сила направлена по касательной к поверхности, на которую она действует, напряжение называется **тангенциальным** и обозначается буквой τ .

Введя нормальное напряжение $\sigma = \frac{F}{S}$, уравнение (2) можно записать

$$\varepsilon = \alpha \sigma \quad (3)$$

Это соотношение называется законом Гука, который читается так: относительное удлинение в пределах упругой деформации пропорционально нормальному напряжению.

Закон Гука выполняется только для упругих деформаций.

Наряду с коэффициентом упругости α для характеристики упругих свойств материала пользуются обратной величиной $E = \frac{1}{\alpha}$, которая называется **модулем Юнга**.

Учитывая модуль Юнга, закон Гука можно сформулировать следующим образом: **напряжение σ упруго деформированного твердого тела пропорционально его относительной деформации ε .**

$$\sigma = E\varepsilon . \quad (4)$$

Заменив $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$ в уравнении (4), получим

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{\sigma l_0}{\Delta l} = \frac{Fl_0}{S\Delta l} , \quad (5)$$

откуда следует физический смысл модуля Юнга. **Модуль Юнга равен такому нормальному напряжению σ , при котором относительное удлинение ε было бы равно единице (т.е. приращение длины Δl было бы равно первоначальной длине l_0).**

Большинство реальных упругих материалов не выдерживает такие нагрузки и разрушается при $\varepsilon < 1$. Модуль Юнга измеряется в $[Н/м^2]$.

Зависимость между механическим напряжением и относительной деформацией можно представить графически (рис.2). Вначале с увеличением нагрузки относительная деформация ε возрастает прямо пропорционально механическому напряжению σ . В этой области справедлив закон Гука. Наибольшее напряжение, при котором сохраняется пропорциональность между ε и σ , называется **пределом упругости $\sigma_{уп.}$**

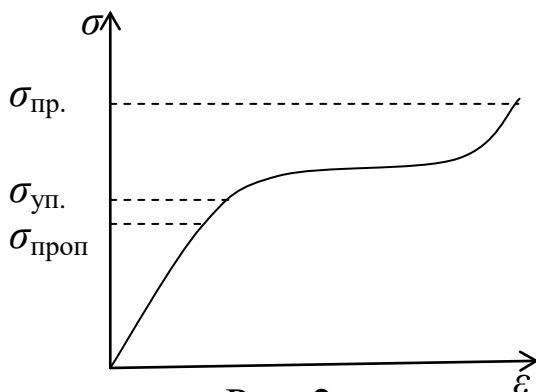


Рис. 2

При дальнейшем увеличении нагрузки тело теряет упругие свойства и ведет себя как пластическое. Изменения, связанные с пластической деформацией, не исчезают и после снятия нагрузки. Тело остается деформированным, в нем возникают остаточные деформации. Если

продолжить увеличивать внешнюю силу, то тело разрушается. Напряжение, при котором происходит разрушение тела, называется **пределом прочности $\sigma_{пр}$** .

С физической точки зрения прочность твердых тел является результатом наличия сил молекулярного взаимодействия. Поэтому прочность вещества в первую очередь определяется его строением (для кристаллических тел - характером сил связи и типом кристаллической решетки, размером, формой, взаимным расположением кристаллов; для аморфных тел – характером взаимодействия и взаимным расположением атомов и молекул). Прочность материала зависит и от других факторов: температуры (прочность обычно понижается с повышением температуры), от скорости возрастания нагрузки, от длительности и числа, повторений нагрузки и разгрузки, от формы и размеров детали, от воздействия окружающей среды.

Деформация сдвига.

Другим основным видом упругой деформации является **сдвиг**. Это такая деформация, при которой все слои тела, параллельные данной плоскости, не искривляясь и не изменяясь в размерах, смещаются параллельно друг другу (рис.3).

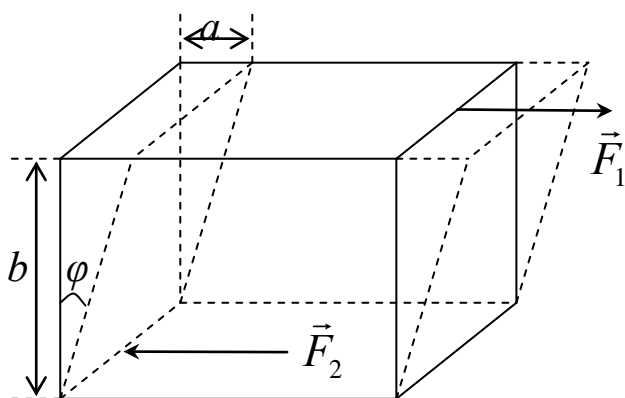


Рис. 3

Если действие сил \vec{F}_1 и \vec{F}_2 ($\vec{F}_1 = \vec{F}_2 = \vec{F}$) будет равномерно распределено по всей поверхности S , то возникает тангенциальное напряжение

$$\tau = \frac{F}{S}.$$

При этом тело деформируется так, что верхняя грань (рис.3) сместится относительно нижней на расстояние

a , называемое **абсолютным сдвигом**. величиной, характеризующей деформацию сдвига, является **относительный сдвиг γ** – это отношение абсолютного сдвига a к расстоянию между двумя параллельными слоями, смещенными относительно друг друга b :

$$\gamma = \frac{a}{b} = \operatorname{tg} \varphi$$

Где φ – угол сдвига. Так как угол φ обычно мал, можно положить $\operatorname{tg}\varphi \approx \varphi$. Следовательно, относительный сдвиг γ оказывается равным углу сдвига φ .

Для деформации сдвига также справедлив закон Гука, по которому относительный сдвиг пропорционален тангенциальному напряжению

$$\gamma = \frac{1}{G} \tau, \quad (6)$$

где G - модуль сдвига, зависящий только от свойств материала.

Отсюда следует, что модуль сдвига $G = \frac{\tau}{\gamma}$ равен такому тангенциальному напряжению, при котором относительный сдвиг $\gamma = \operatorname{tg} \varphi = 1$, т.е. угол сдвига $\varphi = 45^\circ$.

Модуль сдвига измеряется $[\text{Н}/\text{м}^2]$.

Для большинства однородных изотропных тел модуль Юнга связан с модулем сдвига соотношением

$$G = 0,4E \quad (7)$$

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: определение модуля Юнга и модуля сдвига резины.

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ

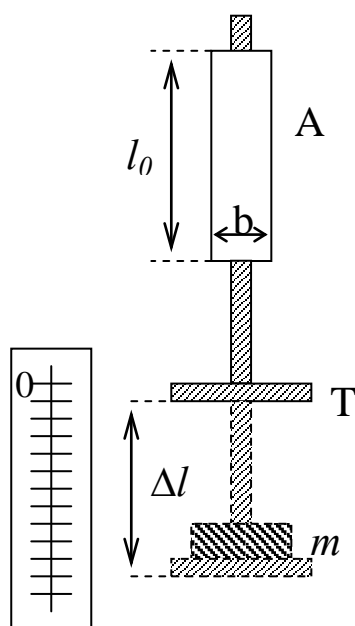


Рис.4

Модуль Юнга резины можно определить, используя установку, изображенную на рис 4. Резиновый жгут А длиной l_0 шириной b и толщиной d закреплен одним своим концом в стойке. На свободный конец жгута с тарелочкой Т надевают грузы m и по шкале линейки измеряют абсолютное удлинение резины Δl .

При этом нужно учесть, что резина является высокомолекулярным соединением (полимером), состоящем из длинных цепных молекул (макромолекул). При комнатной температуре резина находится в высокоэластическом состоянии, для ко-

того характерны очень упругие деформации. Высокая эластичность резины обусловлена тем, что под действием приложенной силы макромолекулы вытягиваются, распрямляются и при снятии нагрузки под действием теплового движения скручиваются вновь, при этом восстанавливается первоначальная длина. Высокоэластическая деформация носит релаксационный характер, т.е. устанавливается под действием нагрузки не мгновенно, а с течением времени. Поэтому при измерении абсолютного удлинения резины необходимо после приложения нагрузки выждать 1-2 минуты. Так как удлинение резины велико, при расчете напряжения $\sigma = \frac{F}{S}$ необходимо учитывать изменение площади поперечного сечения, считая объем V_0 резинового жгута неизменным $V_0 = S_0 l_0$ причем $S_0 = \frac{\pi d^2}{4}$. Тогда площадь сечения жгута S , растянутого до длины $l_0 + \Delta l$, где l_0 – первоначальная длина, определяется

$$S = \frac{V_0}{l_0 + \Delta l} = \frac{S_0 l_0}{l_0 + \Delta l} = S_0 \frac{1}{1 + \frac{\Delta l}{l_0}}. \quad (8)$$

Вычисляя площадь жгута S по формуле (8) и нагрузку $F = mg$, пользуясь выражением (5), определяют модуль Юнга, а затем, используя соотношение (7) и модуль сдвига резины.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

ПРИБОРЫ И ПРИНАДЛЕЖНОСТИ: установка для определения модуля Юнга, набор грузов.

ХОД РАБОТЫ

1. Определяют начальную длину l_0 резинового жгута и отмечают начальное положение тарелочки по шкале линейки.
2. Нагружают резину, последовательно устанавливая на тарелочку грузы от 1 до 5, и, выжидают 1-2 минуты, измеряют абсолютное удлинение Δl .
3. Для каждого измерения вычисляют ε , S и σ по формулам

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$

$$S = S_0 \frac{l_0}{(l_0 + \Delta l)}, \text{ где } S_0 = 5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$$

$$\sigma = \frac{F}{S}$$

4. Экспериментальные и расчетные данные заносят в таблицу.

Таблица

Число грузов	m (кг)	Δl	ε	F	S	σ	E	ΔE	G	ΔG
1	$53 \cdot 10^{-3}$									
2										
3										
4										
5										

5. Строят график зависимости $\varepsilon = f(\sigma)$.
6. Вычисляют модуль Юнга для резины, используя соотношение (5).
7. Вычисляют среднее значение модуля Юнга.
8. Вычисляют модуль сдвига для резины используя соотношение (7).
9. Производят расчет ошибок измерения модуля Юнга и модуля сдвига для резины методом среднего арифметического.
10. Результаты записывают в виде:

$$E = (E_{cp.} \pm \Delta E_{cp.}) \text{ и } G = (G_{cp.} \pm \Delta G_{cp.})$$

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ.

1. Что такое деформация?
2. Какая деформация называется упругой?
3. Что называется пределом упругости, пределом прочности?
4. От чего зависит прочность вещества?
5. Что показывает абсолютная деформация, и в каких единицах она измеряется?

6. Что показывает относительная деформация, и в каких единицах она измеряется?
7. Что такое механическое напряжение, каким оно может быть?
8. Какую деформацию называют сдвигом?
9. Вывод закона Гука для деформации растяжения (сжатия), сдвига.
10. В чём физический смысл модуля Юнга? В каких единицах измеряется модуль Юнга?
11. В чём физический смысл модуля сдвига? Единицы измерения. Как он связан с модулем Юнга?
12. При каких деформациях можно использовать закон Гука?

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Т. И. Трофимова. Курс физики. – М.: Высшая школа, 2020 г.
2. И.В.Савельев. Курс общей физики. т. 1 – М.: Наука, 2022 г.
3. Р.И.Грабовский. Курс физики. – СПб.: «Лань», 2009.

Лабораторная работа № 3

ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ СОУДАРЕНИЯ ТЕЛ

ТЕОРИЯ

СТОЛКНОВЕНИЕ.

Столкновение (соударение) - это кратковременное взаимодействие частиц. Сталкивающиеся частицы могут быть как элементарными (электроны, протоны), так и имеющими внутреннюю структуру (атомы, молекулы, шары и т.д.).

Столкновения движущихся тел присущи всем уровням Мироздания – от микроскопического до космического. В динамике изучают влияние соударений на движение механических систем. Специфика ударов состоит в их интенсивности и скоротечности. Данное свойство может оказаться и полезным, как при забивке свай, добыче руды или игре в мяч, и опасным, как при транспортных происшествиях. Следовательно, проблема удара важна не только для теоретиков, но и для конструкторов, автолюбителей, спортсменов и др.

Минимальное расстояние d , на которое сближаются при столкновении центры двух частиц, называется эффективным диаметром частицы (рис.1).

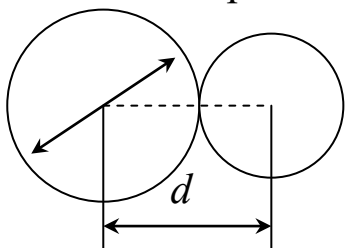


Рис.1

Величина $\sigma = \pi d^2$ называется эффективным сечением частицы.

Обозначим за n концентрацию частиц, т.е. число частиц в единице объёма среды. Если предположить, что движется

одна частица со скоростью v , а все остальные частицы среды находятся в покое, то она может испытать n столкновений за одну секунду на единице длины пути. В действительности за одну секунду она проходит путь равный v и сталкивается со всеми частицами, находящимися в объёме цилиндра высотой v и площадью основания σ , т.е. число столкновений z будет равно $z = n v \sigma$. Тогда число действительных столкновений в единицу

времени на единичной длине пути z' , будет $z' = \frac{z}{v} = n \sigma$. Сле-

довательно, $\sigma = \frac{z'}{n}$.

Таким образом, эффективное сечение частицы σ равно отношению числа совершившихся столкновений к числу возможных, т.е. равно вероятности рассматриваемого события. Следовательно, эффективное поперечное сечение σ связано с вероятностью столкновения (рассеяния) частиц и не имеет чисто геометрического смысла.

Если σ велико, то это не означает, что частица «большая», а означает, что вероятность столкновения велика. Поэтому эффективное сечение одних и тех же частиц в разных условиях и для разных процессов может быть различным.

Сталкивающиеся частицы(тела) можно рассматривать как замкнутую систему и применять к ним законы сохранения импульса и энергии, т.к. кратковременные взаимодействия вызывают столь большие силы, что роль всех других, постоянно действующих сил, можно считать ничтожной.

При соударении тел они в большей либо меньшей мере деформируются. А их кинетическая энергия частично или полностью переходит в потенциальную энергию упругой деформации и во внутреннюю энергию тел. Увеличение внутренней энергии приводит к нагреванию тел.

Анализ явлений, имеющий место при ударе упругих сплошных тел, довольно сложен, поэтому рассмотрим самый простой случай - центральное соударение двух однородных шаров. **Соударение называется центральным, если векторы скорости шаров до удара направлены по прямой, проходящей через их центры.**

Рассмотрим два предельных вида соударения - абсолютно неупругий и абсолютно упругий удары.

Абсолютно неупругий удар

Под неупругим ударом понимают такое взаимодействие двух тел, в результате которого эти тела объединяются.

К неупругим ударам относятся: столкновение глиняных шаров, прыжок человека на движущуюся вагонетку, столкновение двух разноименных зарядов с образованием молекул, захват электрона положительным ионом и т.д.

При абсолютно неупругом ударе кинетическая энергия тел частично или полностью превращается во внутреннюю энергию.

После такого удара тела движутся с одинаковыми скоростями (т.е. как одно тело) либо покоятся.

Пусть до удара тела, имеющие массы m_1 и m_2 , двигались со скоростями \vec{v}_1 и \vec{v}_2 . После удара тела имеют общую массу $m_1 + m_2$ и движутся со скоростью \vec{u} . При абсолютно неупругом ударе выполняется закон сохранения суммарного импульса тел:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{u}$$

Скорость тела после неупругого удара равна

$$\vec{u} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

Если импульсы тел равны по величине, но противоположны по направлению $m_1\vec{v}_1 = -m_2\vec{v}_2$, то столкнувшиеся тела остановятся ($\vec{u} = 0$).

Закон сохранения энергии для неупругого удара имеет вид

$$\frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2)u^2}{2} + \Delta W$$

Кинетическая энергия системы после соударения уменьшается или стремится к нулю. Изменение кинетической энергии ΔW идет на деформацию тел и изменение их внутренней энергии.

Абсолютно упругий удар

Абсолютно упругий удар – удар, при котором тела полностью восстанавливают свою форму и размеры.

Примером такого удара является столкновение шаров из слоновой кости или из высококачественной стали.

При абсолютно упругом ударе полная механическая энергия тел сохраняется. Сначала кинетическая энергия частично или полностью переходит в потенциальную энергию упругой деформации. Затем тела возвращаются к первоначальной форме, отталкиваясь друг от друга. В итоге потенциальная энергия упругой деформации снова переходит в кинетическую и тела разлетаются со скоростями, которые определяются исходя их законов сохранения суммарного импульса и суммарной энергии тел.

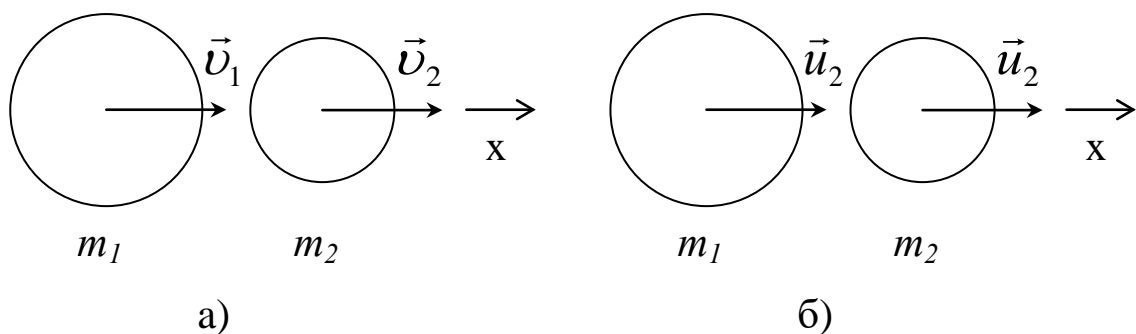


Рис.2

Обозначим скорости тел, имеющих массы m_1 и m_2 , до удара через \vec{v}_1 и \vec{v}_2 (рис.2,а), а после удара – через \vec{u}_1 и \vec{u}_2 (рис.2,б).

Закон сохранения энергии для упругого удара можно записать следующим образом:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2} \quad (1)$$

Закон сохранения импульса для данных тел имеет вид:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2$$

Запишем закон сохранения импульса в проекции на ось x:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2 \quad (2)$$

Решим систему уравнений (1) и (2) относительно u_1 и u_2 . Для этого перепишем её в следующем виде:

$$m_1 (v_1^2 - u_1^2) = m_2 (u_2^2 - v_2^2) \quad (3)$$

$$m_1 (v_1 - u_1) = m_2 (u_2 - v_2) \quad (4)$$

Разделив почленно уравнение (3) на уравнение (4), получим:

$$v_1 + u_1 = u_2 + v_2 \quad (5)$$

Выразим из уравнения (5) скорость u_2 :

$$u_2 = v_1 + u_1 - v_2 \quad (6)$$

Полученное выражение (6) подставим в уравнение (2):

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 (v_1 + u_1 - v_2) \quad (7)$$

Из полученного уравнения (7) выражаем скорость u_1 :

$$u_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2} \quad (8)$$

Полученное значение скорости u_1 подставим в выражение (6):

$$u_2 = v_1 + \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2} - v_2$$

Тогда скорость второго тела после удара u_2 , будет равна

$$u_2 = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2} \quad (9)$$

Рассмотрим частные случаи.

1. Соударение тел одинаковой массы $m_1 = m_2$ при $v_2 = 0$

Используя выражениям (6) и (7) получим $u_1 = v_2 = 0$, а $u_2 = v_1$

2. Соударение тел различной массы $m_2 \gg m_1$, причем $v_1 > 0$, а $v_2 < 0$.

В этом случае

$$u_1 = \frac{(\frac{m_1}{m_2} - 1)v_1 - 2v_2}{\frac{m_1}{m_2} + 1} \approx -v_1 - 2v_2 = -(v_1 + 2v_2)$$

$$u_2 = \frac{(1 - \frac{m_1}{m_2})(-v_2) + 2\frac{m_1}{m_2}v_1}{\frac{m_1}{m_2} + 1} \approx -v_2 + 2\frac{m_1}{m_2}v_2 \approx -v_2$$

Таким образом, скорость тяжелого тела практически не изменяется, а легкое тело отражается в обратном направлении с большей скоростью и большей кинетической энергией.

3. Соударение тела с массивной стенкой $m_1 \ll m_2$ при $v_2 = 0$.

Из выражений (6) и (7) получим $u_1 = -v_1$, а $u_2 = 0$, т.е. при ударе о неподвижную стенку скорость тела меняет свое направление на противоположное, оставаясь неизменной по величине.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: Проверить законы соударения тел и определить коэффициент восстановления тел.

МЕТОД ИЗУЧЕНИЯ

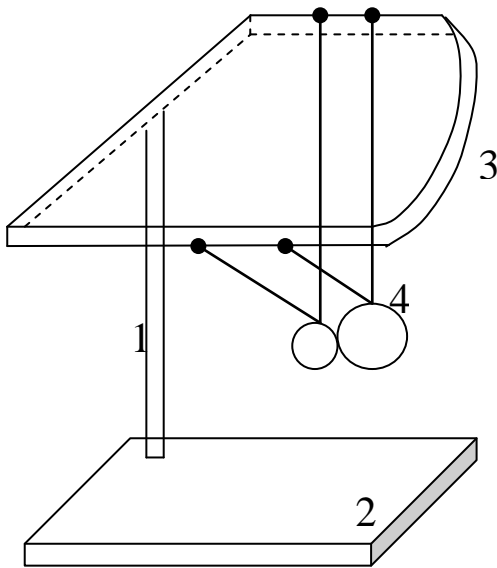


Рис.3

Законы соударения твердых тел можно проверять на установке ФД101А (рис.3), которая представляет собой стойку 1, укрепленную на основании 2. На верхний конец стойки надет кронштейн с рамой 3. К раме на бифилярных, регулируемых винтах 5 подвесах 4, подвешиваются шары.

Укрепим на бифилярных подвесах два шара разной массы, причем $m_1 < m_2$ (рис.4).

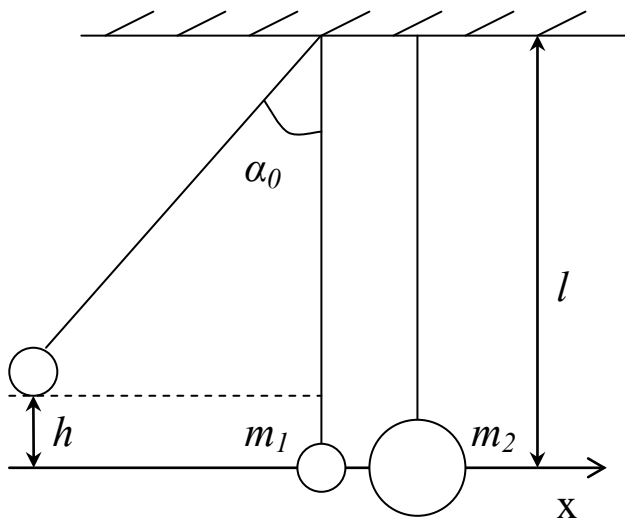


Рис. 4

Отклоним шар массой m_1 от положения равновесия на угол α_0 и отпустим. Его скорость в момент удара

$$v_1 = \sqrt{2gh}, \text{ где } h = l - l \cos \alpha_0 = l(1 - \cos \alpha_0) = 2l \sin^2 \frac{\alpha_0}{2}$$

Тогда

$$v_1 = 2\sqrt{gl} \sin \frac{\alpha_0}{2} \quad (10)$$

При столкновении шар массой m_2 получит импульс $m_2 u_2$, а шар массой m_1 отразится в обратном направлении с импульсом $(-m_1 u_1)$. (Импульсы записываем в проекции на ось x). Так как при соударении реальных тел всегда имеют место и упругие и остаточные деформации, удар будет частично неупругим. В этом случае равенства (1) и (2) примут вид:

$$m_1 v_1 = m_2 u_2 - m_1 u_1 \quad (11)$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_2 u_2^2}{2} + \frac{m_1 u_1^2}{2} + W_{o.d.} \quad (12)$$

где $W_{o.d.}$ – энергия остаточной деформации, относящаяся к одному соударению. Откуда

$$W_{o.d.} = \frac{m_1 v_1^2}{2} - \left(\frac{m_2 u_2^2}{2} + \frac{m_1 u_1^2}{2} \right) \quad (13)$$

Поскольку при неупругом ударе относительная скорость тел после удара уменьшается по величине, то уравнение (5) примет вид:

$$v_1 - v_2 > u_2 - u_1$$

Отношение относительной скорости тел после удара $u_2 - u_1$ к относительной скорости до удара $v_1 - v_2$ называется коэффициентом восстановления k относительной скорости после удара:

$$k = \frac{u_2 - u_1}{v_1 - v_2}$$

Опыт показывает, что с некоторой степенью точности можно считать величину k постоянной и зависящей только от материала соударяющихся шаров. Коэффициент восстановления всегда меньше единицы, ибо при упругом ударе он равен единице, при полностью неупругом ударе равен нулю,

В нашем опыте $v_2 = 0$, $u_1 = -u_2$, тогда коэффициент восстановления примет вид:

$$k = \frac{u_2 + u_1}{v_1} \quad (14)$$

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

ПРИБОРЫ И ПРИНАДЛЕЖНОСТИ: установка ФД 101А, стальные и пластмассовые шары разной массы, линейка.

ХОД РАБОТЫ:

1. Проверяют правильность подвеса стальных шаров. Необходима их хорошая центровка для получения центрального удара.
2. Измеряют линейкой длину подвеса шаров l по перпендикуляру от точки подвеса до центра шара.
3. Отклоняют первый шар (шар меньшей массы) на угол $\alpha_0=20$ и отпускают его.
4. После соударения определяют угол отклонения первого шара α_1 .
5. Повторяют действия пункта 3 и, после соударения, определяют угол отклонения второго шара α_2 .
6. Опыт повторяют три раза и для расчета берут среднее значение углов.
7. Повторяют действия, указанные в пунктах 3-6, для всех остальных значений углов отклонения (α_0).
8. Все полученные опытным путём результаты заносят в таблицу.

Таблица.

α_0	α_1			α_{1cp}			α_2			α_{2cp}			l	v_1	u_1	u_2	Теор.		$W_{o.d.}$	k	
																	u_1	u_2			
20^0																					
30^0																					
40^0																					

9. Рассчитывают скорость первого шара до удара v_1 по формуле (8).
10. Рассчитывают скорости первого и второго шаров u_1 и u_2 после удара по формуле (8), подставляя соответствующие значения углов α_1 и α_2 .

11. Рассчитывают скорости шаров u_1 и u_2 после удара по формулам (6) и (7) соответственно, учитывая что второй шар до удара находился в покое, т.е. $v_2 = 0$

$$u_1^{теор.} = \frac{(m_1 - m_2) \cdot v_1}{m_1 + m_2} \qquad u_2^{теор.} = \frac{2m_1 \cdot v_1}{m_1 + m_2} ,$$

12. Сравнивают полученные результаты и делают вывод об упругих свойствах шаров.
13. Определяют энергию остаточной деформации $W_{o.d.}$ для всех значений α_0 по формуле (11).
14. По полученным данным строят график зависимости $W_{o.d.} = f(v_1)$.
15. Рассчитывают коэффициент восстановления k для всех значений α_0 по формуле (12), находят среднее значение коэффициента.
16. Рассчитывают относительную и абсолютную погрешности, скорости шара v_1 .

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ.

1. По какому принципу делятся удары тел на упругие и неупругие?
2. Почему к явлению удара можно применять законы сохранения импульса и энергии?
3. Запишите законы сохранения импульса и энергии при неупругом ударе.
4. Запишите законы сохранения импульса и энергии при упругом ударе.
5. Выведите формулы для расчета скоростей тел после упругого удара.
6. Сформулируйте физический смысл коэффициента восстановления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. И. В. Савельев. Курс общей физики. т 1. – СПб.: «Лань», 2008.
2. Т.И. Трофимова. Курс физики. – М.:«Академия », 2008.

Лабораторная работа № 4

ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ ДИНАМИКИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА С ПОМОЩЬЮ МАЯТНИКА ОБЕРБЕКА

ТЕОРИЯ

ДИНАМИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

В механике твердым телом называется совокупность материальных частиц, взаимное расположение которых остается неизменным.

Вращательным движением твердого тела называется такое движение, при котором все точки тела, двигаясь в параллельных плоскостях, описывают окружности с центрами, лежащими на одной неподвижной прямой, называемой осью вращения.

При вращательном движении путь S , скорость \vec{v} и ускорение \vec{a} разных частиц неодинаковы, а угол поворота φ , угловая скорость $\vec{\omega}$ и угловое ускорение $\vec{\varepsilon}$ всех элементов вращающегося тела одинаковы в каждый момент времени.

Основное уравнение динамики вращательного движения.

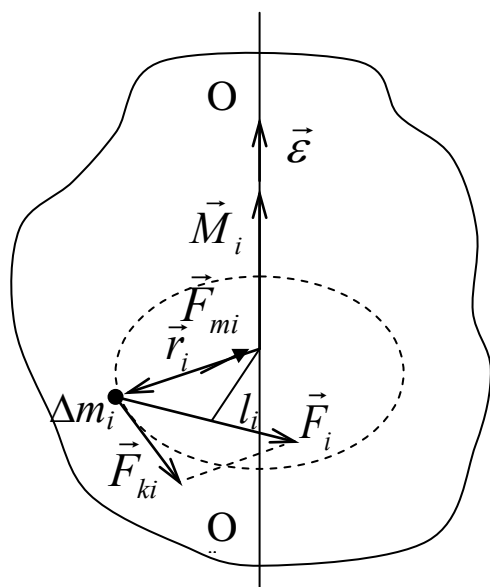


Рис.1

Рассмотрим твердое тело, которое может вращаться около неподвижной оси OO (рис.1). Разобьем это твердое тело на отдельные элементарные массы Δm_i . Равнодействующую всех внешних сил, приложенных к Δm_i , обозначим через \vec{F}_i . Разложим силу \vec{F}_i на две взаимно перпендикулярные составляющие силы \vec{F}_{ki} и \vec{F}_{ni} ($\vec{F}_i = \vec{F}_{ki} + \vec{F}_{ni}$).

Момент силы относительно оси вращения создается только той составляющей силы, которая лежит в плоскости, перпендикулярной к оси.

Поэтому мы будем рассматривать только ту составляющую силы \vec{F}_i , действующую на Δm_i , которая лежит в плоскости, перпендикулярной к оси вращения OO - это сила \vec{F}_{ki} .

Тогда уравнение второго закона Ньютона для тангенциальных составляющих силы F_{ki} и ускорения a_{ki} запишется

$$F_{ki} = \Delta m_i a_{ki} \quad (1)$$

Нормальная составляющая силы F_{ni} обеспечивает центростремительное ускорение и на угловое ускорение не влияет и вращающего момента не создает. Заменяя a_{ki} произведением r_i на угловое ускорение ε и умножая обе части уравнения (1) на r_i получаем

$$F_{ki} r_i = \Delta m_i r_i^2 \varepsilon. \quad (2)$$

Заменяя $F_{ki} r_i = F_i l_i$ (рис.1), можно написать

$$M_i = \Delta m_i r_i^2 \varepsilon, \quad (3)$$

где величина $M_i = F_i l_i$ численно равная произведению силы F_i на длину перпендикуляра l_i , опущенного на направление силы из центра вращения, называется моментом силы относительно оси OO (сила F_i лежит в плоскости перпендикулярной к оси OO).

Плечо силы – это длина перпендикуляра, опущенного из центра вращения, на направление действующей силы.

Направление векторов момента силы и углового ускорения определяется по правилу буравчика. Единица измерения момента силы в системе единиц СИ - [Н· м].

Скалярная величина $\Delta m_i r_i^2$, равная произведению массы материальной точки Δm_i на квадрат ее расстояния от оси вращения r_i^2 , называется моментом инерции материальной точки относительно оси OO и обозначается J_i .

Момент инерции в системе единиц СИ измеряется в [кг·м²].

Так как, векторы $\vec{\varepsilon}$ и \vec{M}_i совпадают по направлению с осью вращения OO , поэтому равенство (3) можно переписать в векторной форме

$$\vec{M}_i = J_i \vec{\varepsilon} \quad (4)$$

Суммируя уравнение (3) по всем элементарным массам, на которое было разбито твердое тело, получим

$$\sum \vec{M}_i = \sum \Delta m_i r_i^2 \vec{\varepsilon} \quad (5)$$

Сумму моментов всех приложенных к телу внешних сил относительно оси вращения обозначим через \vec{M} .

Сумма произведений элементарных масс на квадрат их расстояния от оси вращения называется моментом инерции тела относительно оси вращения.

$$J = \sum \Delta m_i r_i^2$$

Применяя введенные обозначения, уравнение (5) можно переписать в виде

$$\vec{M} = J\vec{\varepsilon} \quad \text{или} \quad \vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}}{J} \quad (6)$$

Угловое ускорение, с которым вращается тело, прямо пропорционально моменту всех действующих (внешних) сил и обратно пропорционально моменту инерции тела относительно оси вращения. Это и есть основной закон динамики вращательного движения твердого тела.

Момент инерции тела относительно оси вращения рассчитывается:

$$J = \int_m r^2 dm .$$

Момент инерции зависит от формы тела, его массы и от расположения оси вращения по отношению к центру масс.

Рассмотрим значения моментов инерции для некоторых однородных тел.

1. Момент инерции *тонкостенного кольца (обруча)* относительно оси, проходящей через его центр и перпендикулярной к его плоскости

$$J = mR^2 .$$

2. Момент инерции *круглого диска (цилиндра)* радиуса R относительно оси, проходящей через его центр и перпендикулярной к его плоскости

$$J = \frac{1}{2} mR^2 .$$

3. Момент инерции *шара* радиуса R относительно оси, совпадающей с его диаметром

$$J = \frac{2}{5} mR^2 .$$

4. Момент инерции *тонкого длинного стержня* длиной l ($b \ll l$, где b – поперечные размеры стержня) относительно оси, проходящей через его центр

$$J = \frac{1}{12} ml^2 .$$

Согласно теореме Штейнера, при параллельном переносе оси вращения на расстояние d момент инерции изменяется на md^2 , если первоначально ось вращения проходила через центр масс тела. Другими словами, если J_0 – момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс, то момент инерции J относительно другой оси вращения, параллельной исходной и отстоящей от нее на расстоянии d , равен

$$J = J_0 + md^2$$

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: изучение законов динамики вращательного движения твердого тела

МЕТОД ПРОВЕРКИ

Маятник Обербека, изображенный на (рис.2), смонтирован на вертикальной стойке и состоит из шкива Ш, радиуса r , закрепленного на оси O , четырех стержней, расположенных под углом 90° друг к другу. По стержням могут перемещаться и закрепляться в нужном положении четыре грузика (по одному на стержне) одинаковой массы m . Грузы закрепляются симметрично, т.е. так, чтобы центр тяжести совпадал с осью вращения. Прибор приводится во вращательное движение при помощи груза массой m_0 ,

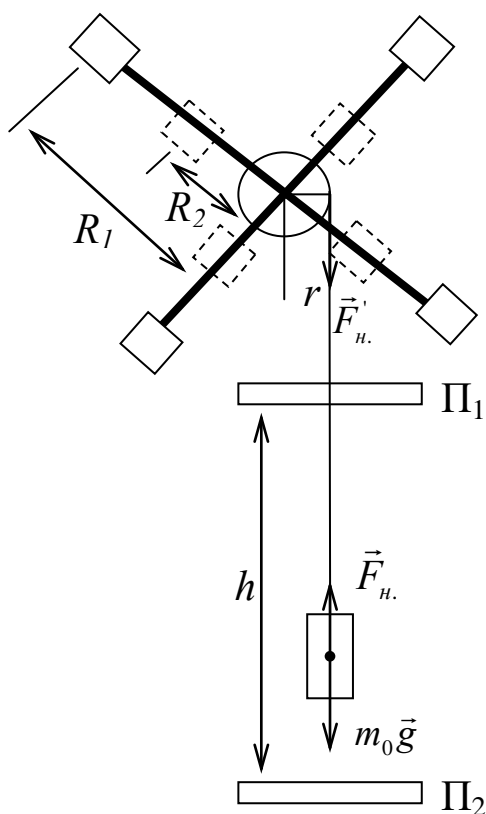


Рис.2

прикрепленного к концу шнура, намотанного на шкив.

Если предоставить возможность грузу m_0 падать, то это падение будет происходить с ускорением a . Уравнением поступательного движения груза m_0 , прикрепленного к концу шнура будет:

$$m_0 a = m_0 g - F_n, \quad (7)$$

где m_0 – масса груза, F_n – сила натяжения шнура.

Отсюда, сила натяжения шнура равна

$$F_n = m_0 g - m_0 a = m_0 (g - a). \quad (8)$$

Под действием силы F'_n относительно оси, перпендикулярной плоскости чертежа (рис.2), маятник приобретает угловое ускорение ε . Возникающий при этом вращающий момент будет равен

$M = F'_n r$. По третьему закону Ньютона $|\vec{F}'_n| = |\vec{F}_n|$ и формуле (8) момент будет равен

$$M = F_n r = m_0 (g - a) r, \quad (9)$$

где r – радиус шкива.

Тогда уравнение вращательного движения маятника $M = J\varepsilon$ запишется в виде

$$m_0 (g - a) r = J\varepsilon. \quad (10)$$

Линейное ускорение a связано с угловым ускорением ε соотношением:

$$a = \varepsilon r. \quad (11)$$

Так как поступательное движение груза равноускоренное без начальной скорости, то ускорение

$$a = \frac{2h}{t^2}, \quad (12)$$

где h – расстояние, пройденное грузом за время t .

Из формул (10), (11), (12) находим

$$J_0 = \frac{m_0 r^2 t^2 \left(g - \frac{2h}{t^2} \right)}{2h}, \quad (13)$$

где J_0 – момент ненагруженной системы.

Задача состоит из двух частей

А. Проверить, что при постоянном моменте инерции угловое ускорение вращающегося тела прямо пропорционально моменту силы

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{M_1}{M_2} \quad (14)$$

Применяя выражения (11) и (12), запишем

$$\varepsilon_1 = \frac{a_1}{r} = \frac{2h}{t_1^2 r}$$

$$\varepsilon_2 = \frac{a_2}{r} = \frac{2h}{t_2^2 r}$$

или

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{t_2^2}{t_1^2} \quad (15)$$

Заменяя в выражении (9) ускорение на (12), получаем

$$M_1 = m_1 \left(g - \frac{2h}{t_1^2} \right) \cdot r$$

$$M_2 = m_2 \left(g - \frac{2h}{t_2^2} \right) \cdot r$$

или

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{m_1 (gt_1^2 - 2h) \cdot t_2^2}{m_2 (gt_2^2 - 2h) \cdot t_1^2} \quad (16)$$

таким образом, проверка соотношения (14) сводится к вычислению (15) и (16).

Б. Проверить, что при постоянном моменте силы (масса груза и радиус шкива постоянны) угловое ускорение вращающегося тела обратно пропорционально моменту инерции тела

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{J_2}{J_1} \quad (17)$$

Момент инерции маятника относительно оси вращения можно определить как сумму двух моментов инерции

$$J_1 = J_0 + J',$$

где J_0 - момент инерции ненагруженной системы (на стержнях грузов нет), J' - момент инерции грузов на стержнях относительно оси вращения.

Если рассматривать грузы m как материальные точки, то момент инерции одного груза относительно оси вращения mR^2 , а для четырех грузов $4mR^2$, т.е.

$$J' = 4mR_1^2,$$

где R_1 - расстояние от центра масс груза до оси вращения (рис.2).

Следовательно, меняя расстояние R , можно изменить момент инерции маятника

$$J_2 = J_0 + J'',$$

где $J'' = 4mR_2^2$.

Момент инерции ненагруженной системы определяется по формуле (13) на основании опытных данных, когда грузов на стержнях нет.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

А) ПРОВЕРКА СООТНОШЕНИЯ : $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{M_1}{M_2}$ при $J = \text{const}$.

ПРИБОРЫ И ПРИНАДЛЕЖНОСТИ: маятник Обербека, набор грузов, секундомер.

Опыт производится при постоянной нагрузке спиц.

1. Измеряют высоту падения груза h . Данные заносят в таблицы 1 и 2.
2. Грузики m закрепляют на концах стержней, причем добиваются, чтобы маятник находился в безразличном равновесии.
3. На шкив наматывают шнур с грузом $m_0 = 200\text{г}$.
4. Площадки Π_1 и Π_2 должны быть подняты в горизонтальное положение.

5. Освобождают маятник в тот момент, когда груз m_0' будет находиться на расстоянии 0,5 см от площадки П₁. Включают секундомер. По секундомеру определяют время падения груза до площадки П₂. Опыт повторяют 3 раза. Вычисляют среднее время движения груза (методом среднего арифметического).
6. Пункты 3, 4, 5 повторяют с нагрузкой $m_0'' = 400$ г.
7. Пользуясь экспериментальными данными, проверяют заданное соотношение, рассчитывают $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$ по формуле (15), а $\frac{M_1}{M_2}$ по формуле (16), используя для расчетов среднее значение времени.
8. Данные, полученные опытом и расчетом, заносят в таблицу 1.

Таблица 1.

m_0 , кг	h	t'	t''	t'''	$t_{cp.}$	$\varepsilon_1/\varepsilon_2$	M_1/M_2
0,2							
0,4							

Б) ПРОВЕРКА СООТНОШЕНИЯ $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{J_2}{J_1}$ при $M = \text{const}$.

Опыт производят при постоянном моменте силы, т.е. с одним и тем же грузом массой $m_0 = 200$ г.

1. Снимают грузики m со стержней.
2. Предоставляют возможность грузу m_0 падать. Определяют 3 раза время падения груза: t_0', t_0'', t_0''' . Вычисляют среднее значение $t_{0cp.}$. Данные заносят в таблицу 2.
3. Вычисляют момент инерции J_0 по формуле (13) подставив среднее значение времени $t_{0cp.}$. Полученный результат записывают в таблицу 2.
4. Грузики m закрепляют ближе к оси вращения, но так, чтобы маятник оставался в безразличном равновесии.
5. Измеряют R_1 - расстояние от центра масс грузов до оси вращения. Вычисляют момент инерции грузов J' по формуле:
 $J' = 4mR_1^2$.
6. Измеряют 3 раза время падения груза (t_1', t_1'', t_1'''), определяют среднее: $t_{1cp.}$

7. Перемещают грузы на концы стержней, измеряют R_2 - расстояние от центра масс грузов до оси вращения. Вычисляют $J'' = 4mR_2^2$.
8. Определяют 3 раза время падения груза (t_2', t_2'', t_2''') и вычисляют среднее: $t_{2cp.}$.
9. Вычисляют J_1 и J_2 по формулам:
- $$J_1 = J_0 + J' \quad \text{и} \quad J_2 = J_0 + J''$$
10. Пользуясь выражением $\varepsilon = \frac{2h}{t^2 r}$ (см. уравнение 11 и 12), вычисляют ускорение ε_1 и ε_2 .
11. Используют экспериментальные и расчетные данные, проверяют соотношение (17). Все экспериментальные и расчетные данные записывают в таблицу 2.

Таблица 2.

Грузов нет										
m_0	h	r	t_0'	t_0''	t_0'''	$t_{0cp.}$	J_0			
Грузы расположены посередине стержней							$\varepsilon_1/\varepsilon_2$	J_2/J_1		
m	R_1	t_1'	t_1''	t_1'''	$t_{1cp.}$	ε_1			J'	J_1
Грузы расположены на концах стержней										
m	R_2	t_2'	t_2''	t_2'''	$t_{2cp.}$	ε_2	J''	J_2		

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ.

1. Что является отличительной особенностью вращательного движения?
2. Как связаны угловые и линейные кинематические величины?
3. Какая величина называется моментом силы? Единицы измерения.
4. Как определяется направление момента силы?
5. Что называется моментом инерции тела? Единицы измерения.
6. Привести примеры моментов инерции некоторых тел.

7. Вывести и сформулировать второй закон динамики вращательного движения?
8. Сформулировать, записать и пояснить теорему Штейнера.
9. Какая система называется изолированной?
10. Как формулируется закон сохранения момента импульса? Приведите пример действия этого закона.
11. Как определяется момент силы и момент инерции маятника в работе?
12. В чем заключается практический способ проверки основного уравнения динамики вращательного движения?

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.

1. Т. И. Трофимова. Курс физики. – М.: Высшая школа, 2020 г.
2. И.В.Савельев. Курс общей физики. т. 1 – М.: Наука, 2022г.
3. Р.И.Грабовский. Курс физики. – СПб.: Лань, 2009 г.

Лабораторная работа № 5

ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ КОЛЕБАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТЕОРИЯ

ГАРМОНИЧЕСКОЕ КОЛЕБАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ.

Механическим колебательным движением называется процесс, при котором система (материальная точка, тело и т.д.), многократно отклоняясь от положения равновесия, вновь возвращается к нему.

Существует общность закономерностей большого разнообразия колебательных процессов, поэтому все они могут быть сведены к совокупности простейших колебаний – гармонических.

Колебания системы, совершаемые при отсутствии внешнего воздействия за счёт первоначально сообщённой энергии, называются свободными (собственными) колебаниями.

Гармоническими называются такие периодические колебания, при которых колеблющаяся величина x изменяется со временем по закону синуса или косинуса (рис.1).

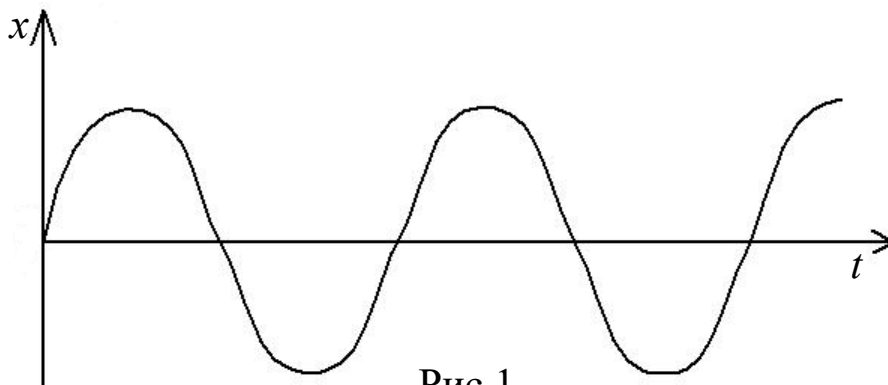


Рис.1

Основные характеристики колебательных процессов можно рассмотреть на примере механического колебания материальной точки.

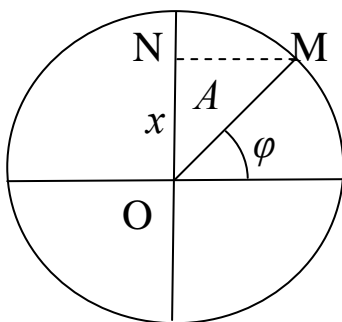


Рис.2

Представим себе произвольную материальную точку M , которая равномерно движется по окружности радиуса A с угловой скоростью ω_0 (рис.2.).

Тогда точка N - проекция точки M на вертикальный диаметр будет совершать периодические колебания вдоль вертикальной

оси. Смещение $ON = x$ колеблющейся точки от положения равновесия будет определяться по закону

$$x = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (1)$$

где A – амплитуда колебаний – максимальное смещение тела от положения равновесия;

$(\omega_0 t + \varphi_0)$ – фаза – величина, определяющая смещение тела в любой момент времени t .

φ_0 – начальная фаза колебаний (при $t = 0$);

ω_0 – циклическая частота собственных колебаний – число полных колебаний за цикл,

$$\omega_0 = 2\pi\nu_0 = \frac{2\pi}{T_0}, \quad (2)$$

где ν_0 – частота колебаний, т.е. число полных колебаний в единицу времени,

T_0 – период колебаний, т.е. время одного полного колебания.

Используя соотношения (2), уравнение (1) перепишем в следующем виде

$$\begin{aligned} x &= A \sin(\omega_0 t + \varphi_0), \\ x &= A \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi_0\right), \\ x &= A \sin(2\pi\nu_0 t + \varphi_0), \end{aligned} \quad (3)$$

Выражения (3) – кинематические уравнения колебательного движения.

Скорость колеблющегося тела определяется как первая производная смещения по времени (если $\varphi_0=0$):

$$v = \frac{dx}{dt} = \omega_0 A \cos \omega_0 t \quad (4)$$

где $\omega_0 A$ – амплитуда скорости.

Ускорение колеблющегося тела определяется как первая производная скорости по времени или вторая производная смещения по времени (если $\varphi_0=0$):

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega_0^2 A \sin \omega_0 t \quad (5)$$

где $\omega_0^2 A$ - амплитуда ускорения.

С учетом формулы (1)

$$a = -\omega_0^2 x$$

Заменив, в этом выражении ускорение как вторую производную смещения по времени, получим

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0 \quad (6)$$

Выражение (6) – дифференциальное уравнение колебательного движения. Известно, что если вторая производная какой-либо величины (например, смещения) пропорциональна самой величине (смещению) с противоположным знаком, то данная физическая величина (смещение) изменяется со временем по закону синуса или косинуса, т.е. $x = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$.

Выясним, какими силами вызываются гармонические колебания, воспользовавшись законами динамики. По второму закону динамики сила F , действующая на материальную точку, численно равна произведению массы точки m на её ускорение a . Подставляя в это соотношение найденное выше выражение для ускорения, определим значение силы

$$F = ma = -m\omega_0^2 x = -kx \quad (7)$$

где $k = m\omega_0^2$.

Сила, вызывающая гармоническое колебание, обладает двумя важными свойствами:

1. Величина силы прямо пропорциональна смещению точки из положения равновесия;
2. Направление силы противоположно направлению смещения.

Так как такая сила всегда направлена к положению равновесия, то её называют *возвращающей силой*. Хотя природа таких сил может быть различной, они все удовлетворяют закону $F = -kx$, которому, как известно, подчиняются упругие силы. Поэтому возвращающие силы называют ещё *квазиупругими* (в переводе «квази» - как бы).

Рассмотрим свободные колебания различных систем.

Математический маятник.

Математическим маятником называют идеализированную систему, состоящую из невесомой и нерастяжимой нити, на которую подвешено тело, масса которого сосредоточена в одной точке.

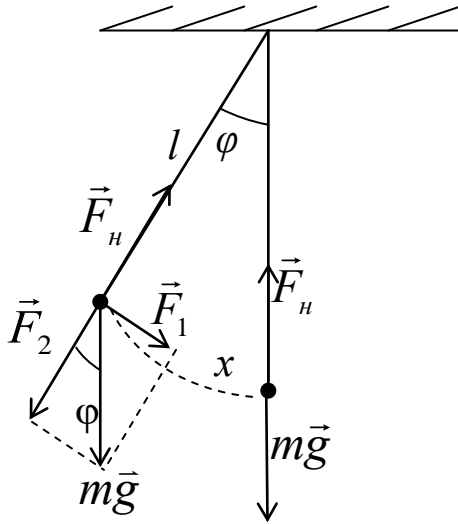


Рис.3

Отклонение маятника от положения равновесия будем характеризовать углом φ , образованным нитью с вертикалью (рис.3). Силу тяжести mg можно разложить на две составляющие \vec{F}_1 и \vec{F}_2 , направленные соответственно перпендикулярно нити и вдоль нити. Сила $|\vec{F}_2| = mg \cos \varphi$, растягивающая нить, уравнивается силой реакции нити \vec{F}_n . Сила, возвращающая маятник в положение равновесия будет равна

$|\vec{F}_1| = mg \sin \varphi$ или

$$F_1 = -mg \frac{x}{l} \quad (8)$$

Масса m и длина l нити – величины постоянные для данного математического маятника. Ускорение свободного падения g – величина постоянная для данного места на Земле. Поэтому при малых колебаниях силу F_1 можно считать квазиупругой. Следовательно, сравнив (7) и (8) имеем:

$$-m\omega_0^2 x = -mg \frac{x}{l} \text{ т.е.}$$

$$\omega_0^2 = \frac{g}{l} \text{ или } \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad (9)$$

Учитывая (2), период колебаний маятника равен

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (10)$$

Физический маятник

Реальный, так называемый **физический маятник** – это твердое тело, способное совершать колебания вокруг оси, не проходящей через центр тяжести. При малых углах отклонения от вертикали будет также совершать гармонические колебания.

На рис.4 изображено сечение физического маятника плоскостью, перпендикулярной к его оси вращения O (ось O – горизонтальна) и проходящей через его центр тяжести C . Расстояние OC равно l_ϕ .

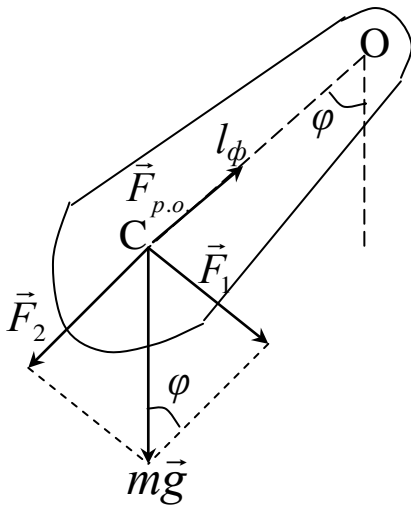


Рис.4

Пусть маятник отклонен на небольшой угол ϕ от положения равновесия. Составляющая \vec{F}_2 силы тяжести $m\vec{g}$, направленная вдоль OC , уравнивается силой реакции оси O . Составляющая силы тяжести \vec{F}_1 стремится вернуть маятник в положение равновесия. При малом угле ϕ сила $|\vec{F}_1| = -mg\phi$ является квазиупругой. Момент возвращающей силы M , численно равный

$$M = -mg\phi l_\phi, \quad (11)$$

вызывает ускоренное вращение физического маятника вокруг оси O . По второму закону динамики для вращательного движения угловое ускорение ε можно записать так

$$\varepsilon = \frac{M}{J}, \quad (12)$$

где J – момент инерции тела относительно оси O .

Используя последние два выражения и учитывая, что угло-

вое ускорение $\varepsilon = \frac{d^2\phi}{dt^2}$, будем иметь

$$-mgl_\phi\phi = J \frac{d^2\phi}{dt^2} \quad \text{или} \quad \frac{d^2\phi}{dt^2} = -\frac{mgl_\phi}{J}\phi \quad (13)$$

Уравнение (13) является дифференциальным уравнением колебательного движения. При $x \sim \varphi$ оно совпадает с уравнением (6), следовательно,

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mgl_\phi}{J}}$$

Используя соотношение (2) получим формулу периода колебаний физического маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl_\phi}} \quad (14)$$

Или

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

где $L = \frac{J}{m \cdot l_\phi}$ - приведенная длина физического маятника; L -

это длина такого математического маятника, период колебаний которого совпадает с периодом колебания данного физического маятника.

Пользуясь формулой (14), можно рассчитывать момент инерции маятника относительно любой оси, не проходящей через центр тяжести.

Для того, чтобы вычислить момент инерции маятника относительно оси, проходящей через центр тяжести, можно воспользоваться теоремой Штейнера:

$$J = J_c + ml_\phi^2 \quad (15)$$

где J – момент инерции маятника относительно произвольной оси вращения O ;

J_c – момент инерции маятника относительно оси проходящей через центр тяжести и параллельной оси вращения O ;

l_ϕ – расстояние от центра тяжести маятника до оси вращения O .

Пружинный маятник.

Пружинный маятник – это система, состоящая из груза, массой m , и упругой пружины, с коэффициентом жесткости k ,

совершающая колебания под действием силы упругости (рис.5).

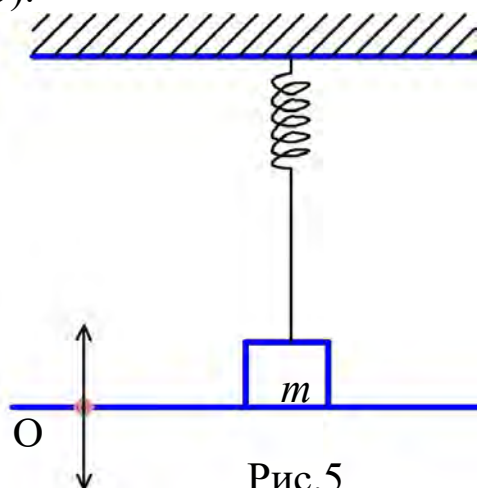


Рис.5

Маятник совершает свободные колебания около положения равновесия, двигаясь возвратно-поступательно. В положении равновесия сила mg уравновесится упругой силой $k\Delta l_0$:

$$mg = k\Delta l_0,$$

где Δl_0 – удлинение пружины. Будем характеризовать смещение тела от положения равновесия координатой x , причем ось x направим по вертикали вниз, а нуль оси совместим с положением равновесия тела. Если сместить тело в положение, характеризуемое координатой x , то удлинение пружины станет равным $\Delta l_0 + x$ и проекция результирующей силы на ось x примет значение

$$F = mg - k(\Delta l_0 + x) = -kx$$

Таким образом, в рассмотренном примере равнодействующая силы тяжести и упругой силы имеет характер квазиупругой силы.

Тогда уравнение второго закона Ньютона для груза будет иметь вид:

$$m\vec{a} = \vec{F}_{упр} \quad (16)$$

где $F_{упр} = -kx$

Жесткость пружины k – это физическая величина, численно равная внешней силе ($|F_{вн}| = F_{упр}$), вызывающей единичное ($x = \Delta l = 1$) удлинение пружины.

В проекции на направление движения : $-kx = ma$.

Ускорение маятника $a = -\frac{k}{m}x$,

т.е. ускорение пропорционально смещению и направлено к положению равновесия. Уравнение свободных колебаний пружинного маятника в дифференциальной форме записывается в виде:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0 \quad (17)$$

Из сравнения уравнений (17) и (6) получим:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Используя соотношение (2) получим формулу периода колебаний пружинного маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad (18)$$

Опыт показывает, что колебания любой системы со временем затухают – отклонения системы от положения равновесия со

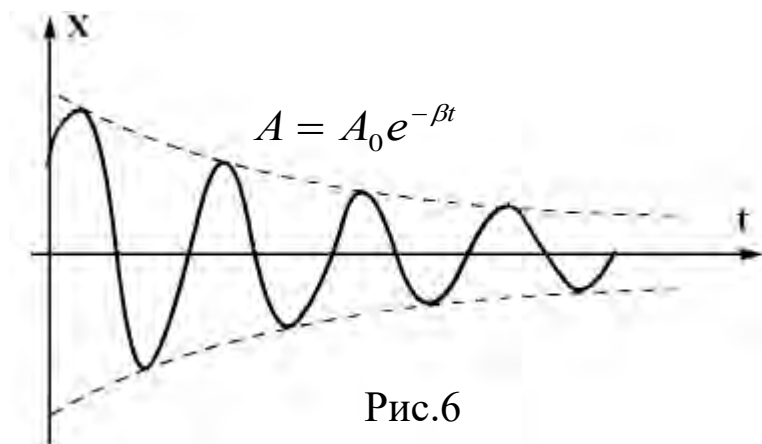


Рис.6

временем убывают (рис.6). Рассмотрим свойства затухающих колебаний на примере пружинного маятника. Причиной затухания колебаний в пружинном маятнике является сила сопротивления среды и связанная с

этой силой диссипация энергии, т.е. энергия колебаний расходуется на совершение работы против сил сопротивления среды и превращается во внутреннюю энергию.

Уравнение движения маятника в этом случае можно записать:

$$\vec{F}_{\text{упр}} + \vec{F}_c = m\vec{a} \quad , \quad (19)$$

где \vec{F}_c - сила сопротивления среды.

При малых скоростях v :

$$\vec{F}_c = -r\vec{v} \quad (20)$$

где r – коэффициент сопротивления среды.

Формулу (19) в проекции на направление движения можно записать в виде:

$$-kx - r\upsilon = ma$$

Заменяя, скорость и ускорение получим:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + r \frac{dx}{dt} + kx = 0$$

Разделив это уравнение на массу тела и обозначив: $2\beta = \frac{r}{m}$, и

помня что $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$, получим дифференциальное уравнение затухающих колебаний:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0 \quad (21)$$

Этому уравнению удовлетворяет функция

$$x = A_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (22)$$

где $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ – частота затухающих колебаний. Тогда период

затухающих колебаний будет равен $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$

Т.о. если на тело, кроме силы упругости, действует сила сопротивления среды, то тело будет совершать колебательное (частично гармоническое) движение с частотой, зависящей от массы, жесткости пружины и коэффициента затухания. Амплитуда колебаний будет с течением времени уменьшаться по экспоненциальному закону:

$$A = A_0 e^{-\beta t}$$

где β – коэффициент затухания.

Отношение значений амплитуд затухающих колебаний в моменты времени t и $t+T$ определяется:

$$\frac{A(t)}{A(t+T)} = e^{\beta T}$$

Пусть τ – промежуток времени, за который амплитуда колебаний уменьшается в e раз, тогда $e^{-\beta} = e^{-1}$, откуда $\beta\tau = 1$ или

$\beta = \frac{1}{\tau}$, т.е. коэффициент затухания – это физическая величина, обратная промежутку времени τ , за который амплитуда колебаний уменьшается в e раз. Время τ называется временем релаксации.

Натуральный логарифм отношения амплитуд колебаний, следующих друг за другом через промежуток времени равный периоду колебаний, называется логарифмическим декрементом затухания λ :

$$\lambda = \ln\left(\frac{A_0 e^{-\beta t}}{A_0 e^{-\beta(t+T)}}\right) = \ln(e^{\beta T}) = \beta T \quad (23)$$

Таким образом $\beta = \frac{\lambda}{T}$, т.е. коэффициент затухания равен отношению логарифмического декремента к периоду колебаний.

МЕТОДЫ ИЗУЧЕНИЯ

Часть 1.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: Определение моментов инерции физического маятника методом обращения.

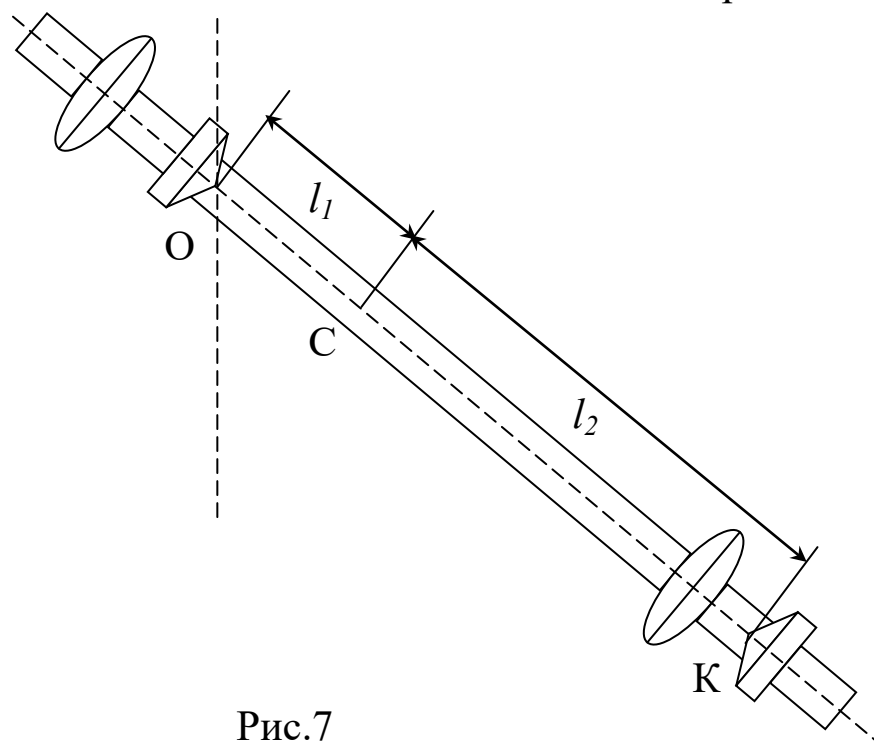


Рис.7

Для решения этой задачи используется обратный маятник (физический маятник у которого имеются две параллельные друг

другу призмы О и К, за которые он может подвешиваться (рис.7)). В этих двух положениях поочередно определяются периоды колебаний T_1 и T_2 маятника. Выразив из формулы (14) момент инерции маятника относительно оси подвеса, получим:

$$I = \frac{mglT^2}{4\pi^2} \quad (24)$$

Центр тяжести С, необходимый для нахождения l_1 и l_2 , определяется с помощью центромера (рис.8). Масса маятника – величина известная.

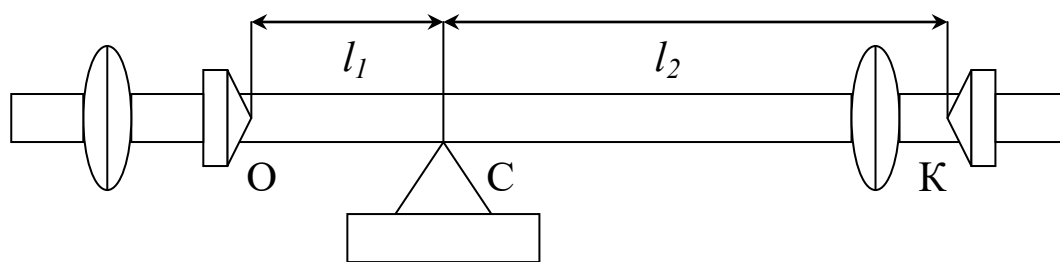


Рис.8

И

спо
льзу

я теорему Штейнера (15), можно вычислить момент инерции I_c относительно оси, проходящей через центр тяжести:

$$I_c = I - ml^2 = \frac{mglT^2}{4\pi^2} - ml^2 = ml\left(\frac{gT^2}{4\pi^2} - l\right) \quad (25)$$

Часть 2.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

1. Определение жесткости пружины.
2. Определение периода свободных затухающих колебаний, циклической частоты, логарифмического декремента затухания, коэффициента затухания.

А) Определение жесткости пружины.

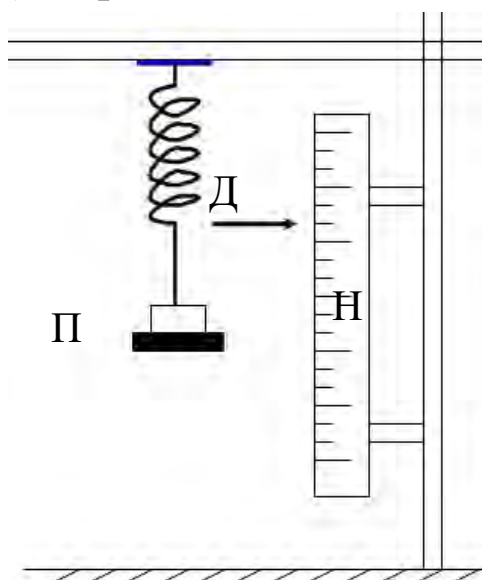


Рис. 9

Установка состоит из пружины, подвески П массой m_0 , нескольких грузов массами m_1, m_2, m_3 , указателя Д, прикрепленного на пружине и перемещающегося вдоль шкалы Н (рис.9). Зная $F_{внеш.}$, удлинение пружины x ($x = \Delta l$) и помня, что $|F_{внеш.}| = |F_{упр.}|$, жесткость

пружины определяют по формуле

$$k = \frac{F_{\text{внеш.}}}{\Delta l} \quad (26)$$

Б) Определение периода свободных затухающих колебаний, циклической частоты, логарифмического декремента затухания, коэффициента затухания.

Для решения этих задач используется та же установка.

Для вычисления коэффициента затухания β измеряют две амплитуды, отстоящие во времени на n периодов. Равенство отноше-

ний: $\frac{A_0}{A_1} = e^{\beta T}$; $\frac{A_1}{A_2} = e^{\beta T}$; $\frac{A_{n-1}}{A_n} = e^{\beta T}$ позволяет записать:

$$\frac{A_0}{A_1} \cdot \frac{A_1}{A_2} \cdot \frac{A_2}{A_3} \cdot \dots \cdot \frac{A_{n-1}}{A_n} = (e^{\beta T})^n = e^{\beta T n}$$

следовательно $\ln\left(\frac{A_0}{A_n}\right) = n\beta T$, откуда

$$\beta = \frac{\ln\left(\frac{A_0}{A_n}\right)}{nT} \quad (27)$$

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Часть 1.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ ФИЗИЧЕСКОГО МАЯТНИКА ОТНОСИТЕЛЬНО ДВУХ РАЗЛИЧНЫХ ОСЕЙ ПОДВЕСА И ОСИ ПРОХОДЯЩЕЙ ЧЕРЕЗ ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ.

ПРИБОРЫ И ПРИНАДЛЕЖНОСТИ: оборотный маятник, центромер, секундомер, линейка.

ХОД РАБОТЫ:

1. Находят центр тяжести маятника и измеряют расстояния l_1 и l_2 . Для нахождения центра тяжести маятника его кладут на центромер, уравнивая левую и правую часть.
2. Подвесив маятник на одну из опорных призм, определяют с помощью секундомера время 100 полных колебаний. Находят период T_1 .

3. Подвесив маятник на другую призму, повторяют опыт. Находят период T_2 .
4. Все полученные опытом результаты заносят в таблицу 1.

Таблица 1.

Положение маятника.	m (кг)	Δm	t	T	ΔT	l	Δl	g	Δg	J'	ΔJ	J_c
На призме 1	6,29											
На призме 2												

5. Рассчитывают моменты инерции относительно осей подвеса J_1' и J_2' по формуле (24).
6. Рассчитывают момент инерции относительно центра тяжести через J_1' и J_2' по формуле (25).
7. Рассчитав абсолютную и относительную погрешности определения моментов инерции J_1 и J_2 , записывают окончательный результат в виде:

$$J_1 = (J_1' \pm \Delta J_1), \quad J_2 = (J_2' \pm \Delta J_2).$$

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ.

1. Дайте кинематическую и динамическую характеристику гармонического колебательного движения (как изменяются смещение, скорость и ускорение с течением времени)?
2. По какому закону изменяется сила, вызывающая гармонические колебания?
3. Какими параметрами характеризуется гармоническое колебательное движение?
4. Какие силы называются квазиупругими? Приведите примеры.
5. Какой энергией обладает тело, совершающее гармоническое колебательное движение, и от чего она зависит?
6. Выведите формулы периодов колебаний математического и физического маятников. От каких величин они зависят?
7. Как зависит ускорение свободного падения от географической широты и высоты поднятия над уровнем моря?
8. Как будут идти маятниковые часы, если их перенести из Архангельска в Москву?

9. Можно ли пользоваться маятниковыми часами в условиях невесомости?

Часть 2.

А. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЖЕСТКОСТИ ПРУЖИНЫ.

ПРИБОРЫ И ПРИНАДЛЕЖНОСТИ: пружинный маятник, набор грузов, линейка.

ХОД РАБОТЫ:

1. Замечают начальное положение l_0 указателя на миллиметровой вертикальной шкале.
2. Кладут на подвеску добавочный груз $m_1 = 0,1$ кг. Фиксируют новое положение l_1 указателя на шкале.

3. Определяют абсолютное удлинение пружины $\Delta l_1 = l_1 - l_0$.

4. Повторяют опыт с двумя и тремя добавочными грузами:

$$m = m_1 + m_2, \quad m = m_1 + m_2 + m_3.$$

Фиксируют соответствующие массам положения указателя l_2 и l_3 и, определяют абсолютные удлинения пружины Δl_2 и Δl_3 .

5. Вычисляют деформирующие силы по формуле: $F = mg$

6. Вычисляют для каждой деформирующей силы жесткость пружины k по формуле: $k = \frac{F}{\Delta l}$

7. Определяют среднее значение жесткости пружины:

$$k_{cp.} = \frac{k_1 + k_2 + k_3}{3}$$

8. Результаты заносят в таблицу 1.

Таблица 1.

№ п/п	m (кг)	F	l	Δl	k	$k_{cp.}$
1.	0,1					
2.	0,3					
3.	0,5					

Б. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРИОДА СВОБОДНЫХ (ЗАТУХАЮЩИХ) КОЛЕБАНИЙ, ЦИКЛИЧЕСКОЙ ЧАСТОТЫ И ЛОГАРИФМИЧЕСКОГО ДЕКРЕМЕНТА ЗАТУХАНИЯ .

ПРИБОРЫ И ПРИНАДЛЕЖНОСТИ: пружинный маятник, набор грузов, секундомер, линейка

ХОД РАБОТЫ:

1. Кладут на навеску массой m_0 все грузы m_1, m_2, m_3 .
2. Фиксируют и записывают величину l_0 - положение равновесия нагруженного маятника.
3. Задают величину A_0 - начальную амплитуду ($A_0 \approx 0,04 - 0,06m$). Это определит величину $l_n = l_0 + A_0$ - начальную отметку на шкале, от которой оттянутый вниз от положения равновесия маятник начнет свободные колебания.
4. Готовят секундомер к работе, оттягивают маятник вниз до положения l_n . Отпускают маятник вместе с пуском секундомера и отсчитывают 50 полных колебаний (считать число полных колебаний по моментам возвращения маятника в нижнее положение максимального отклонения).
5. Отключают секундомер при счете «50» и одновременно проводят отсчет положения l_k - деления шкалы, до которого опуститься указатель на пятидесятом колебании. Снимают грузы с подвески.
6. Рассчитывают конечную амплитуду $A_n = l_k - l_0$
7. Полученные данные заносят в таблицу 2.

Таблица 2.

m_0 (кг)	Δm (кг)	n	t	T	ω	l_0	l_n	A_0	l_k	A_n	β	λ	φ_0	$T_{\text{теор.}}$
0,1	0,05	50												

8. Вычисляют период колебаний: $T = \frac{t}{n}$.

9. Вычисляют циклическую частоту ω по формуле (2).

10. Вычисляют коэффициент затухания β по формуле (27), ($n=50$).
11. Вычисляют логарифмический декремент затухания λ по формуле (23).
12. Вычисляют теоретическую величину периода колебаний

$$T_{TEOP.} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_{cp.}}}, \quad \text{где: } m = m_0 + \Sigma m_i$$

$k_{cp.}$ - среднее значение жесткости (см. задание А)

13. Вычисляют начальную фазу колебаний φ_0 , помня, что $x_0 = -A_0$ и $x_0 = A_0 \cdot \sin \varphi_0$, где x_0 - величина начального смещения. Отсюда $\sin \varphi_0 = -1$, соответственно $\varphi_0 = \arcsin(-1)$. Вычисляют значение φ_0 в радианах.
14. Период T , циклическую частоту ω , коэффициент затухания β , логарифмический декремент затухания λ , период $T_{TEOP.}$ и начальную фазу φ_0 заносят в таблицу 2.
15. Записывают кинематическое уравнение свободных (затухающих) колебаний для исследуемого пружинного маятника. Для этого в уравнение:

$$x = A_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi_0)$$

подставляют соответствующие числовые значения из таблицы 2.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ.

1. Дайте определение механического колебания
2. Какие колебания называют свободными или собственными?
3. Какие колебания называют гармоническими?
4. Перечислите параметры (физические величины), характеризующие колебательное движение. Поясните их физический смысл.
5. Запишите дифференциальное уравнение свободных незатухающих колебаний и его решение. Покажите график этих колебаний.
6. Запишите дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний и его решение. Покажите график этих колебаний.
7. Запишите уравнение, выражающее закон убывания амплитуды затухающих колебаний с течением времени.
8. Сформулируйте физический смысл коэффициента затухания.

9. Что называют жесткостью пружины? От чего она зависит?
10. От чего зависит период колебаний пружинного маятника?
11. Что называют логарифмическим декрементом затухания?
12. Какие колебания называют вынужденными?

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. И. В. Савельев. Курс общей физики. т 1. – СПб.: «Лань», 2022.
2. Т.И. Трофимова. Курс физики. – М.: «Академия », 2020.

Лабораторная работа № 6
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ ТЕПЛОЁМКОСТЕЙ
ГАЗА МЕТОДОМ КЛЕМАНА-ДЕЗОРМА.

ТЕОРИЯ

**ПЕРВОЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ И
ТЕПЛОЕМКОСТЬ ГАЗОВ.**

Внутренняя энергия системы U складывается из кинетической энергии всех видов движения молекул (поступательного, вращательного, колебательного) и потенциальной энергии их взаимодействия. Внутренняя энергия является функцией состояния. Это означает, что изменение внутренней энергии ΔU при переходе из одного состояния в другое будет всегда равно разности значений внутренней энергии в этих состояниях независимо от процессов, приведших к переходу системы из одного состояния в другое.

$$\Delta U = U_2 - U_1, \quad (1)$$

где U_1 и U_2 – начальное и конечное значения внутренней энергии системы.

Внутренняя энергия системы может изменяться в основном за счет двух различных процессов: совершения над системой работы A' и сообщения ей количества теплоты Q :

$$\Delta U = A' + Q. \quad (2)$$

Обычно вместо работы A' , совершаемой внешними силами над системой, рассматривают работу A ($A = -A'$), совершаемую системой над внешними силами. Подставив $-A$ вместо A' и выразив Q , уравнение (2) можно привести к виду

$$Q = \Delta U + A. \quad (3)$$

Уравнение (3) выражает закон сохранения энергии и представляет собой содержание *первого закона (начала) термодинамики*: количество теплоты Q , сообщенное системе, идет на приращение внутренней энергии системы ΔU и на совершение системой работы A над внешними силами.

При вычислении работы и теплоты обычно приходится разбивать рассматриваемый процесс на ряд элементарных процессов, соответствующих очень малому (в пределе - бесконечно ма-

лому) изменению параметров системы. Уравнение первого начала для элементарного процесса имеет вид

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta A, \quad (4)$$

где ΔQ – элементарное количество теплоты, ΔA – элементарная работа и ΔU – приращение внутренней энергии системы в ходе данного элементарного процесса.

При бесконечно малом изменении параметров уравнение (4) примет вид

$$dQ = dU + dA \quad (5)$$

Идеальный газ является простейшей термодинамической системой и его внутреннюю энергию легко вычислить. Полагая, что взаимодействие между молекулами идеального газа мало и пренебрегая колебательным движением атомов в молекуле (что справедливо при низких температурах), получим, что внутренняя энергия движущихся молекул идеального газа представляет собой сумму кинетических энергий поступательного и вращательного движений молекул. Определить этот запас энергии позволяет устанавливаемое статистической физикой положение о равномерном распределении энергии по степеням свободы молекул.

Числом степеней свободы тела i называется наименьшее число независимых координат, которое надо задать, чтобы полностью определить положение тела в пространстве.

Так, например, материальная точка, произвольно движущаяся в пространстве, обладает тремя степенями свободы (координаты x, y, z). Абсолютно твердое тело имеет 6 степеней свободы: для определения его положения в пространстве нужно задать 3 координаты центра тяжести, 2 координаты, определяющие положение в пространстве оси, вокруг которой тело может вращаться, и, наконец, нужно задать угол поворота тела вокруг этой оси по отношению к некоторому начальному положению. Следовательно, абсолютно твердое тело обладает тремя степенями свободы поступательного движения и тремя - вращательного.

Молекулы одноатомного газа можно рассматривать как материальные точки, поэтому они имеют три степени свободы ($i = 3$).

Молекулу двухатомного газа можно рассматривать как систему, состоящую из двух жестко связанных атомов, находящихся-

ся на некотором расстоянии друг от друга (рис. 1а). Такая молекула, напоминающая гимнастическую гантель, кроме 3-х степеней свободы поступательного движения имеет еще две степени свободы вращательного движения вокруг осей O_1O_1 и O_2O_2 . Возможностью вращения вокруг третьей оси можно пренебречь, т.к. момент инерции атомов относительно оси OO ничтожно мал. Значит, для двухатомной молекулы $i = i_{\text{пост.}} + i_{\text{вр.}} = 3 + 2 = 5$.

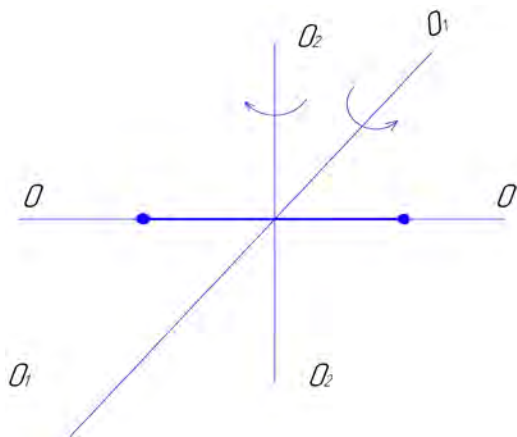


рис. 1а

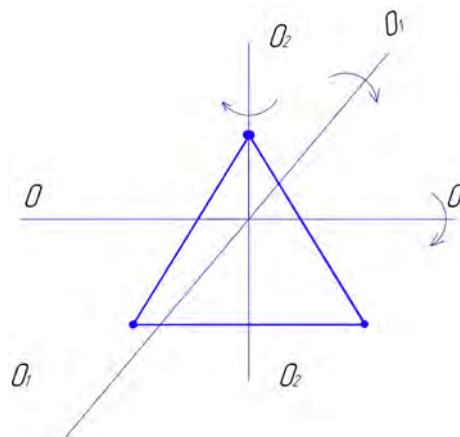


рис. 1б

Молекулы, содержащие три и более атомов (рис. 1б), подобно абсолютно твердому телу, обладают шестью степенями свободы $i = i_{\text{пост.}} + i_{\text{вр.}} = 3 + 3 = 6$.

Из-за полной хаотичности движения молекул все виды их движений (и поступательные, и вращательные, и колебательные) одинаково возможны (равновероятны). Поэтому на каждую степень свободы молекулы приходится в среднем одинаковая энергия. Это утверждение и представляет собой положение о *равномерном распределении энергии по степеням свободы*.

Для расчета средней кинетической энергии, приходящейся на одну степень свободы, необходимо воспользоваться формулой

$$E_{\text{ср}} = \frac{3}{2} kT, \quad (4)$$

где $E_{\text{ср}}$ – средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы, имеющей 3 степени свободы,
 k - Постоянная Больцмана,
 T - абсолютная температура.

Следовательно, на одну степень свободы ($i=1$) молекулы приходится энергия

$$E_{cp1} = \frac{E_{cp}}{3} = \frac{1}{2}kT. \quad (5)$$

Если молекула имеет i степеней свободы, то её средняя кинетическая энергия должна равняться

$$E_{cpi} = \frac{i}{2}kT. \quad (6)$$

Поскольку молекулы идеального газа не взаимодействуют друг с другом, внутренняя энергия такого газа будет складываться из энергий отдельных молекул. Следовательно, внутренняя энергия U_0 одного моля газа будет равна произведению числа Авогадро N_A на среднюю энергию одной молекулы

$$U_0 = N_A E_{cp} = \frac{i}{2} N_A kT = \frac{i}{2} RT. \quad (7)$$

где N_A - число молекул в моле (число Авогадро),

R - универсальная газовая постоянная.

Внутренняя энергия произвольной массы газа будет равна

$$U = \frac{m}{M} \frac{i}{2} RT \quad (8)$$

где $\frac{m}{M}$ - число молей газа.

Одной из важнейших характеристик газа является теплоёмкость.

Теплоемкостью какого-либо тела называется физическая величина, равная количеству теплоты, которое нужно сообщить телу, чтобы повысить его температуру на один кельвин:

$$C = \frac{dQ}{dT} \quad (9)$$

Единицы измерения теплоемкости в СИ (Дж/К).

Удельная теплоёмкость вещества – величина, равная количеству теплоты, необходимому для нагревания 1кг вещества на 1 кельвин:

$$c = \frac{dQ}{mdT}.$$

Единицы измерения удельной теплоёмкости – (Дж/(кг·К)).

Молярная теплоёмкость – величина, равная количеству теплоты, необходимому для нагревания 1 моля вещества на 1 кельвин:

$$C = \frac{dQ}{\nu dT},$$

где $\nu = m/M$ – количество вещества, выражающее число молей. Единицы измерения молярной теплоёмкости – (Дж/(моль·К)).

Между удельной и молярной теплоемкостью того же вещества имеется очевидное соотношение:

$$c = \frac{C}{M}, \quad (10)$$

где M - молярная масса вещества.

Теплоемкость газа зависит от условий, при которых происходит нагревание.

При **изотермическом процессе** ($T = const$) $dT = 0$ изменение внутренней энергии одного моля газа $dU = \frac{i}{2} R dT = 0$. Тогда первое начало термодинамики принимает вид $Q = A$. При этом молярная теплоемкость $C_T = \frac{Q}{dT} = \infty$.

Для **адиабатического процесса**, т.е. процесса протекающего без теплообмена с окружающей средой, $Q = 0$. Следовательно, теплоёмкость будет равна нулю.

Наибольший интерес представляет случай, когда нагревание происходит при постоянном объеме или давлении. В первом случае **теплоёмкость называется теплоёмкостью при постоянном объеме C_V , во втором – при постоянном давлении C_p .**

Если нагревание происходит при постоянном объёме $V = const$ (**изохорический процесс**), то газ не совершает работу над внешними телами $A = p \Delta V = 0$ и согласно первому началу термодинамики (3), всё тепло идет на приращение внутренней энергии газа

$$Q = \Delta U. \quad (11)$$

Следовательно, молярная теплоемкость при постоянном объеме C_V будет равна

$$C_V = \left(\frac{dQ}{dT} \right)_V = \frac{dU}{dT} = \frac{\frac{i}{2} R dT}{dT} = \frac{i}{2} R \quad (12)$$

Таким образом, молярная теплоемкость идеального газа при постоянном объёме $C_V = \frac{i}{2} R$ - есть величина постоянная и не зависящая от параметров состояния системы, в частности от температуры.

Если нагревание происходит при $p = \text{const}$ (**изобарический процесс**), то согласно первому началу термодинамики

$$Q = \Delta U + A, \quad (13)$$

а молярная теплоёмкость при постоянном давлении C_p :

$$C_p = \left(\frac{dQ}{dT} \right)_p = \left(\frac{dU}{dT} \right)_p + \left(\frac{dA}{dT} \right)_p \quad (14)$$

Первое слагаемое этого уравнения согласно (12):

$$\frac{dU}{dT} = C_V = \frac{i}{2} R \quad (15)$$

Для вычисления второго слагаемого подсчитаем работу по расширению газа. Пусть один моль газа находится в цилиндре под поршнем при температуре T и давлении p . Нагреем газ на один кельвин при постоянном давлении. Расширяясь, газ поднимет поршень на высоту dh (рис. 2), совершив при этом работу

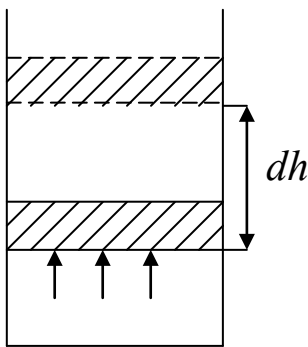


Рис. 2.

$$dA = f dh = p s dh = p dV, \quad (16)$$

где f - сила, поднимающая поршень,

$dV = s dh$ - изменение объёма газа,

s - площадь поршня.

Согласно уравнению Менделеева-

Клапейрона для одного моля газа

$pV = RT$, а $p dV = R dT$, т.к.

$dA = p dV = R dT$, то

$$\left(\frac{dA}{dT} \right)_p = \frac{R dT}{dT} = R \quad (17)$$

Отсюда следует физический смысл универсальной газовой постоянной: **универсальная газовая постоянная численно равна работе A , которую совершает один моль идеального газа при повышении его температуры на один кельвин, при постоянном давлении.** Следовательно, уравнение (14) с учетом (17) примет вид

$$C_p = C_v + R \quad (18)$$

Отсюда, воспользовавшись формулой (12), можно найти выражение для C_p через число степеней свободы молекул газа

$$C_p = \frac{i}{2}R + R$$

Или

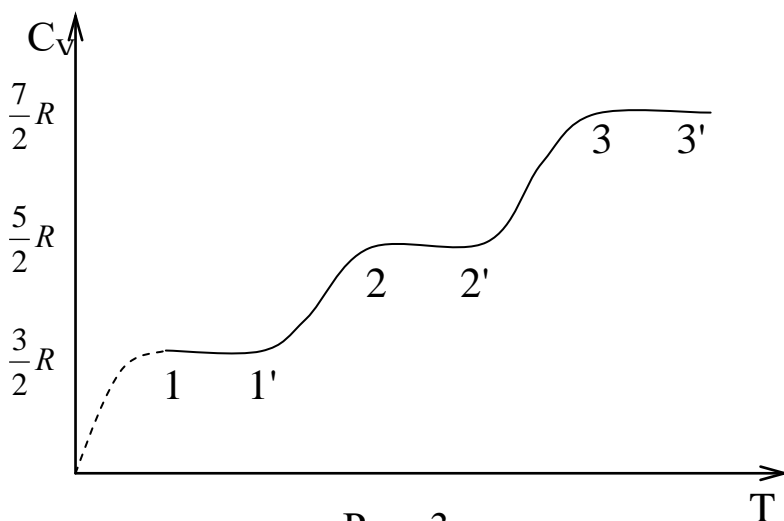
$$C_p = \frac{i+2}{2}R \quad (19)$$

Исходя из формул (7) и (10) отношение теплоемкостей газа

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{i+2}{i} \quad (20)$$

Как следует из уравнения (20), γ определяется только числом степеней свободы молекул газа.

Теория теплоемкостей, которая целиком основывается на классических представлениях, является приближённой. Из неё, например, следует, что все двухатомные газы должны иметь в точности одинаковые теплоемкости. Эксперименты же показывают, что теплоемкость двухатомных газов зависит от вида газа. Особенно разительными становятся расхождения между теорией и экспериментом, если обратиться к температурной зависимости теплоемкости. На рис. 3 изображена зависимость изохорной теплоемкости от температуры, полученная опытным путём для водорода.



полученная опытным путём для водорода.

Согласно теории теплоемкость не должна зависеть от температуры. Как видно из рисунка,

это оказывается справедливым только в пределах отдельных температурных интервалов, причём в различных интервалах теплоёмкость имеет значения, соответствующие различному числу степеней свободы. Объяснение такого поведения теплоёмкости даётся квантовой механикой.

По классическим воззрениям энергия, приходящаяся на одну степень свободы, может изменяться непрерывно. Квантовая теория показывает, что такое представление неправильно. Энергия микрочастицы, изменяясь, принимает прерывный, дискретный ряд значений, переходя от одного значения к другому скачком. Этим квантовым значениям энергии колебательного и вращательного движения молекул соответствуют так называемые уровни энергии (рис. 4).

Если молекула переходит из одного энергетического состояния в другое, то выделяется (поглощается) квант энергии

$$\Delta E' = E_2 - E_1 \quad \Delta E'' = E_3 - E_2$$

Молекула не воспринимает энергию меньше $\Delta E'$. В частности, чтобы молекула начала вращаться, ей необходимо сообщить некоторую, вполне определённую порцию энергии $\Delta E'_{\text{вращ.}}$. Если сообщаемая энергия меньше этой порции, то вращение молекулы возникнуть не может.

На рис. 4 дана упрощённая схема вращательных и колебательных

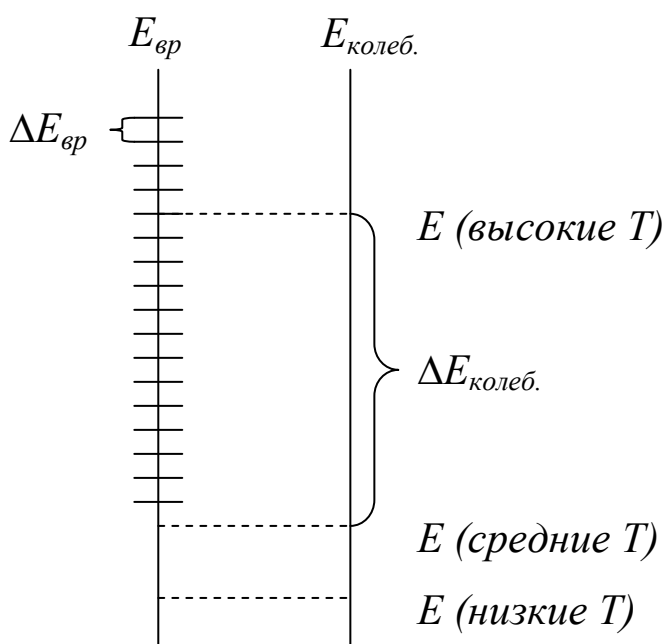


Рис.4

уровней двухатомной молекулы. Интервалы между допускаемыми значениями (уровнями) энергии для колебаний примерно на порядок больше, чем для вращения.

Для того, чтобы заметная доля молекул оказалась вовлечённой во вращательное или колебательное движение, их средняя энергия должна быть достаточно

велика по сравнению с расстояниями между дозволенными уровнями соответствующей энергии.

Возьмем столь низкую температуру, что средняя энергия молекулы значительно меньше первого дозволенного значения энергии вращательного движения (см. нижнюю пунктирную прямую на рис. 4). Тогда лишь незначительная часть всех молекул вовлекается во вращательное движение, так что практически молекулы газа будут двигаться только поступательно. Поэтому теплоёмкость газа оказывается равной $\frac{3}{2}R$ (см. участок 1-1' на кривой, изображённой на рис.3).

Повышение температуры (для водорода ≈ 200 К) сопровождается возрастанием $E_{cp.}$, вследствие чего всё большая часть молекул вовлекается во вращательное движение. Этому процессу соответствует участок кривой 1'-2 на рис.3.

После того как все молекулы будут вовлечены во вращательное движение, начнётся горизонтальный участок 2-2'. При температурах, соответствующих этому участку, $E_{cp.}$ ещё значительно меньше, чем расстояние между дозволенными уровнями колебательной энергии. При дальнейшем повышении температуры (600-1000 К) молекулы начнут во всё большем количестве вовлекаться в колебательное движение, чему соответствует переходный участок 2'-3.

Наконец, при достаточно высокой температуре все молекулы окажутся вовлечёнными в колебательное движение, в связи с чем, теплоёмкость станет $\frac{7}{2}R$.

Следует иметь в виду, что при очень низких температурах газы замерзают, превращаясь в твердые тела. Теплоёмкость же твердых тел, как это следует из квантовых соображений, стремится к нулю при $T \rightarrow 0$.

Таким образом, на основе квантовых представлений можно объяснить особенности поведения теплоёмкостей газов.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: Определение отношения молярных теплоёмкостей газа методом Клемана - Дезорма.

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Этот метод основан на применении уравнения адиабатического процесса и уравнения Менделеева – Клапейрона.

Зависимость между параметрами газа для адиабатического процесса выражается законом Пуассона:

$$pV^\gamma = const \quad (21)$$

где p – давление, V – объём газа, $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ – коэффициент Пуассона.

Описываемый ниже способ определения отношения теплоёмкостей с помощью прибора Клемана-Дезорма чрезвычайно прост.

Прибор Клемана - Дезорма состоит из стеклянного баллона A (рис. 5), соединенного с манометром B и насосом.

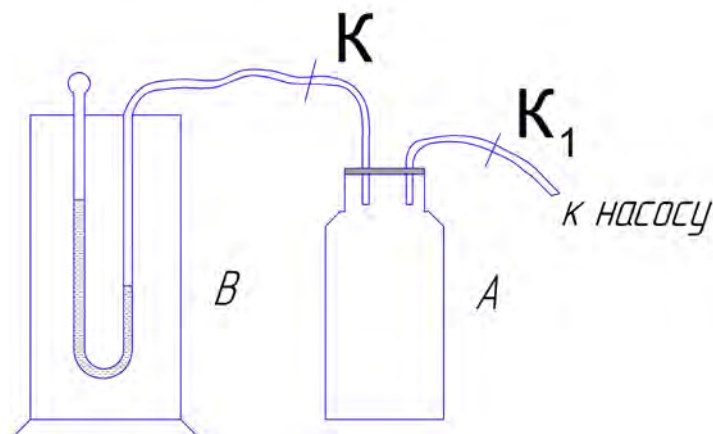


Рис. 5.

В баллон при закрытом кране K накачивается воздух. При этом, давление воздуха в баллоне и температура повысятся.

Через некоторое время, вследствие теплообмена воздуха с окружающей средой, температура воздуха в баллоне сравняется с температурой внешней среды T_1 , давление станет равным

$$p_1 = p_{атм} + \Delta p_1,$$

где $p_{атм}$ - атмосферное давление

$\Delta p_1 \sim \Delta h_1$ - избыточное давление воздуха пропорциональное разности уровней в манометре.

Таким образом, состояние 1 воздуха внутри баллона характеризуется параметрами:

$$p_1 = p_{атм} + \Delta p_1, T_1, V_1.$$

Если открыть на некоторое время кран K , то воздух в баллоне будет расширяться, процесс расширения можно считать адиабатическим. Давление в сосуде понизится до атмосферного, температура понизится до T_2 , а объём станет V_2 . Следовательно, в конце адиабатического процесса состояние 2 характеризуется параметрами:

$$p_{атм}, \quad V_2, \quad p_2.$$

Применяя к 1 и 2 состояниям уравнение Пуассона, получим:

$$\begin{aligned} (p_{атм} + \Delta p_1)V_1^\gamma &= p_{атм}V_2^\gamma \\ \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma &= \frac{p_{атм}}{(p_{атм} + \Delta p_1)} \end{aligned} \quad (22)$$

Через некоторое время, вследствие теплообмена, воздух в баллоне нагреется до температуры окружающей среды T_1 , давление возрастёт до

$$p_2 = p_{атм} + \Delta p_2,$$

где $\Delta p_2 \sim \Delta h_2$ - новая разность уровней в манометре.

Объём воздуха V_2 не изменится. Следовательно, состояние 3 характеризуется параметрами:

$$p_2 = p_{атм} + \Delta p_2, \quad T_2 \text{ и } V_2.$$

Так как в состояниях 1 и 3 воздух имеет одну и ту же температуру (изотермический процесс), то применяя закон Бойля-Мариотта ($pV = const$), имеем

$$\begin{aligned} (p_{атм} + \Delta p_1)V_1 &= (p_{атм} + \Delta p_2)V_2 \text{ или} \\ \frac{V_1}{V_2} &= \frac{p_{атм} + \Delta p_2}{p_{атм} + \Delta p_1} \end{aligned} \quad (23)$$

Возведём обе части уравнения (23) в степень γ

$$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma = \left(\frac{p_{атм} + \Delta p_2}{p_{атм} + \Delta p_1}\right)^\gamma \quad (24)$$

и приравняем правые части уравнений (22) и (24). Получим

$$\frac{p_{атм} + \Delta p_2}{p_{атм} + \Delta p_1} = \left(\frac{p_{атм} + \Delta p_2}{p_{атм} + \Delta p_1}\right)^\gamma$$

Логарифмируя последнее выражение и решая относительно γ , находим

$$\gamma = \frac{\lg(p_{атм} + \Delta p_1) - \lg p_{атм}}{\lg(p_{атм} + \Delta p_1) - \lg(p_{атм} + \Delta p_2)}$$

Так как давления $p_{атм}$, $p_{атм} + \Delta p_1$, $p_{атм} + \Delta p_2$, малы и отличаются друг от друга, то разности логарифмов давлений можно принять пропорциональными разностям самих давлений, т.е.

$$\gamma = \frac{(p_{атм} + \Delta p_1) - p_{атм}}{(p_{атм} + \Delta p_1) - (p_{атм} + \Delta p_2)} = \frac{\Delta p_1}{\Delta p_1 - \Delta p_2} = \frac{\Delta h_1}{\Delta h_1 - \Delta h_2}.$$

Это даёт расчётную формулу для нашего опыта:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{\Delta h_1}{\Delta h_1 - \Delta h_2} \quad (25)$$

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

ОБОРУДОВАНИЕ: большой сосуд, водяной манометр, насос.

ХОД РАБОТЫ:

1. Открывают кран «К» так, чтобы уровни воды в трубках манометра были на одной горизонтали.
2. Закрывают кран «К».
3. Открывают кран «К₁».
4. При помощи насоса создают разность уровней воды в трубках манометра (15 – 20) см.
5. Закрывают кран «К₁».
6. Записывают разность уровней жидкости в коленях манометра Δh_1 в таблицу.
7. Открывают кран «К», выпустив часть воздуха так, чтобы уровни в коленях манометра сравнялись и БЫСТРО закрывают кран «К».
8. Дают выдержку до тех пор, пока уровни в коленях манометра перестанут изменяться.
9. Записывают разность уровней Δh_2 в таблицу.
10. Вычисляют γ по формуле 25.
11. Опыт повторяют десять раз, и каждый раз вычисляют γ .
12. Рассчитывают погрешности арифметическим способом.
13. Окончательный результат записывают в виде

$$\gamma = \gamma_{ср.} \pm \Delta \gamma_{ср.}$$

Таблица.

№ опыта	Δh_1	Δh_2	γ	Δy
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
Средние значения	—	—		

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Из каких частей складывается внутренняя энергия реального газа?
2. Сформулируйте первое начало термодинамики. Запишите его для различных изопроцессов.
3. Что называется числом степеней свободы, от чего оно зависит?
4. Как формулируется теорема о равномерном распределении энергии по степеням свободы?
5. Чему равна внутренняя энергия идеального газа и от чего она зависит?
6. Что называется теплоемкостью тела, удельной теплоемкостью, молярной теплоемкостью? От чего зависит теплоемкость?
7. Почему $C_p > C_v$?
8. Чему равна работа при малом изменении объема газа? Как графически выражается работа при расширении газа?
9. Сформулируйте физический смысл универсальной газовой постоянной.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.

4. Т. И. Трофимова. Курс физики. – М.: Высшая школа, 2008 г.
5. И. В. Савельев. Курс общей физики. т. 1 – М.: Наука, 2008 г.

Лабораторная работа № 7 ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ МЕТОДОМ СТОКСА.

ТЕОРИЯ

ВНУТРЕННЕЕ ТРЕНИЕ

Внутреннее трение (вязкость) - свойство реальных жидкостей оказывать сопротивление относительному перемещению слоев жидкости.

Силы внутреннего трения приложены к слоям жидкости и действуют по касательной к ним. Со стороны слоя, движущегося быстрее, на слой, движущийся медленнее, действует ускоряющая сила. Наоборот, со стороны слоя, движущегося медленнее, на более быстрый слой действует задерживающая сила.

Пусть два слоя жидкости (рис.1), отстоящих друг от друга на расстоянии ΔZ , движутся соответственно со скоростями v_1 и v_2 . Положим $v_2 - v_1 = \Delta v$. Направление, в котором отсчитывается расстояние между слоями ΔZ , перпендикулярно к вектору скорости движения слоёв. Величина $\frac{\Delta v}{\Delta Z}$, которая показывает изменение скорости на каждой единице расстояния в направлении перпендикулярном скорости, называется **градиентом скорости**.

Сила внутреннего трения F , действующая между слоями, пропорциональна площади соприкосновения движущихся слоев

ΔS и градиенту скорости $\frac{\Delta v}{\Delta Z}$:

$$F = \eta \cdot \frac{\Delta v}{\Delta Z} \cdot \Delta S \quad (\text{закон Ньютона}), \quad (1)$$

где η - коэффициент внутреннего трения или коэффициент вязкости.

Физический смысл коэффициента вязкости следует из формулы (1): если $\Delta S = 1 \text{ м}^2$, $\frac{\Delta v}{\Delta Z} = 1 \text{ с}^{-1}$, то $\eta = F$, т.е. **коэффициент вязкости численно равен силе трения между слоями на каждой единице площади соприкосновения слоёв при градиенте скорости равном 1 с^{-1} .**

В СИ коэффициент вязкости измеряется в $\frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{м}^2}$.

Коэффициент вязкости зависит от природы жидкости, а для данной жидкости сильно зависит от температуры, причем характер этой зависимости различен для жидкостей и газов. У газов коэффициент вязкости растёт с температурой. У жидкостей напротив уменьшается. При изменениях температуры вязкость некоторых жидкостей может изменяться в миллионы раз. При понижении температуры вязкость некоторых жидкостей настолько возрастает, что жидкости теряют текучесть, превращаясь в аморфное тело.

Я.И. Френкель вывел формулу, непосредственно связывающую коэффициент вязкости с температурой:

$$\eta = A \cdot e^{\frac{\Delta E}{kT}}, \quad (2)$$

где A – множитель, который зависит от расстояния между соседними положениями равновесия и от частоты колебаний молекул,

ΔE - энергия активации, т.е. энергия которую надо сообщить молекуле жидкости, чтобы она могла перейти из одного положения равновесия в другое, соседнее.

Величина ΔE обычно имеет порядок $(2 \div 3) \cdot 10^{-20}$ Дж. Поэтому согласно формуле (2) при нагревании жидкости на 10°C вязкость её падает на 20-30 %.

Отличие в характере поведения вязкости при изменении температуры указывает на различие механизма внутреннего трения в жидкостях и газах.

Молекулярно-кинетическая теория объясняет вязкость газов переносом импульса молекулы при хаотическом движении из одного слоя в другой, вследствие чего слой газа, движущийся медленно, увлекается более быстрым слоем, а слой газа, движущийся с большей скоростью, замедляется.

Вязкость жидкости имеет другую природу. В силу малой подвижности молекул жидкости перенос импульса молекулы из слоя в слой имеет меньшее значение. **Вязкость жидкости в основном определяется силами взаимодействия между молекулами соседних слоёв (силами сцепления).**

Вязкость газа с ростом температуры увеличивается, так как увеличивается скорость хаотического движения молекул газа и, следовательно, перенос импульса молекул.

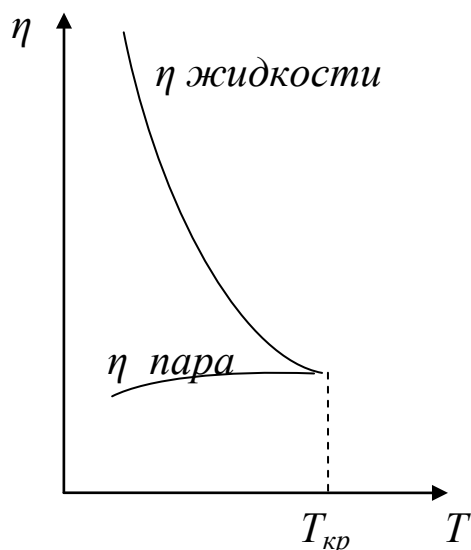


Рис. 2.

Вязкость жидкости с повышением температуры, наоборот, уменьшается и при критической температуре становится равной вязкости газа (рис. 2).

Несмотря на различную природу, вязкость жидкостей и газов с макроскопической точки зрения описывается одним уравнением (1).

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: определение коэффициента вязкости жидкости.

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Для определения коэффициента вязкости жидкости в данной работе используется метод Стокса, основанный на измерении скорости установившегося падения шарика в жидкости (предполагается, что жидкость смачивает шарик). Суть его заключается в следующем.

В вязкой покоящейся жидкости на падающий шарик действуют три силы: сила тяжести, архимедова сила и сила сопротивления.

Сила тяжести: $F_{тяж} = mg = \rho_m V_m g = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \rho_m g$,

где r - радиус шарика;

ρ_m - плотность материала шарика;

g - ускорение свободного падения.

Архимедова сила (выталкивающая): $F_{арх} = \rho_{ж} V_m g = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \rho_{ж} g$,

где $\rho_{ж}$ - плотность жидкости.

Сила сопротивления движению (закон Стокса): $F_c = 6\pi\eta vr$

где η - коэффициент вязкости жидкости;

r - радиус шарика;

v - его скорость.

Уравнение движения шарика в жидкости в векторной форме, согласно II закону Ньютона, имеет вид:

$$m\vec{a} = \vec{F}_{тяж} + \vec{F}_{арх} + \vec{F}_c \quad (3)$$

Запишем это уравнение в проекциях на направление движения шарика. Учтем, что сила сопротивления F_c с увеличением скорости шарика растет, ускорение уменьшается и, наконец, шарик достигает такой скорости v_0 , при которой ускорение будет равно нулю. Уравнение (3) примет вид:

$$F_{тяж} - F_{арх} - F_c = 0$$

Подставим значения сил в это уравнение и получим:

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_m g - \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{жс} g - 6\pi\eta r v_0 = 0 \quad (4)$$

Решая уравнение (4) относительно коэффициента вязкости,

$$\frac{4}{3}\pi r^3 g(\rho_m - \rho_{жс}) - 6\pi\eta r v_0 = 0$$

$$\frac{4}{3}\pi r^3 g(\rho_m - \rho_{жс}) = 6\pi\eta r v_0$$

$$\frac{2}{3}r^2 g(\rho_m - \rho_{жс}) = 3\eta v_0$$

получим коэффициент вязкости:

$$\eta = \frac{2}{9}(\rho_m - \rho_{жс}) \frac{gr^2}{v_0}$$

где v_0 – скорость установившегося движения шарика.

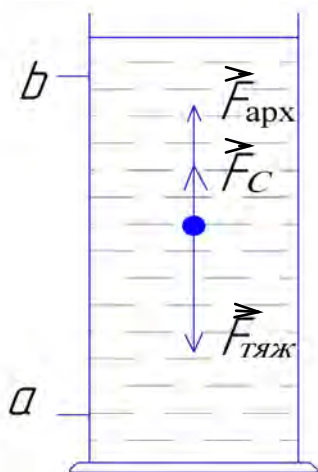


Рис. 3.

Экспериментальная установка состоит из стеклянного цилиндра, наполненного исследуемой жидкостью (глицерин). На стенки цилиндра нанесены две горизонтальные метки “а” и “б”, расположенные на некотором расстоянии l друг от друга. (Верхняя метка должна быть ниже уровня жидкости в цилиндре на 3-4 см.)

Измеряя расстояние между метками с помощью линейки, а время падения

с помощью секундомера, определяют скорость падения шарика v_0 . Учитывая, что на опыте измеряют диаметр, а не радиус шарика, расчетную формулу записывают в виде:

$$\eta = \frac{g}{18} (\rho_m - \rho_{ж}) \frac{d^2 t}{l} \quad (5)$$

Плотность шариков ρ_m и плотность жидкости $\rho_{ж}$ указаны на установке.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

ПРИБОРЫ И ОБОРУДОВАНИЕ: цилиндр с исследуемой жидкостью, секундомер, шарики, линейка, микрометр.

ХОД РАБОТЫ:

1. Измеряют диаметр шарика с помощью микрометра.
2. Измеряют расстояние между метками «а» и «b» на цилиндре с исследуемой жидкостью.
3. Осторожно опускают шарик в цилиндр с жидкостью. Когда шарик достигнет уровня верхней метки, включают секундомер, а когда шарик достигнет нижней метки – выключают.
4. Определяют время падения шарика по секундомеру.
5. Опыт повторяют пять раз. Определяют средние значения диаметра и времени падения шарика.
6. Измеряют температуру исследуемой жидкости.
7. Полученные опытом результаты заносят в таблицу.

Таблица.

№ п\п	$t^{\circ}\text{C}$	d	Δd	t	Δt	l	Δl	$\rho_{жл.}$	$\Delta\rho_{жл.}$	$\rho_{ст.}$	$\Delta\rho_{ст.}$	g	Δg	η	$\Delta\eta$
1															
2															
3															
4															
5															
Ср. зн.	-					-	-	-	-	-	-	-	-		

8. Рассчитывают коэффициент вязкости по формуле

$$\eta = \frac{g(\rho_{ст.} - \rho_{жл.})d^2t}{18l}$$

9. Рассчитывают абсолютную и относительную погрешности при определении коэффициента вязкости.
10. Записывают окончательный результат в виде:

$$\eta = (\eta_{ср.} \pm \Delta\eta_{ср.})$$

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Каков характер теплового движения частиц газа, жидкости и твердого тел?
2. Дайте определение внутреннего трения.
3. От чего зависит сила внутреннего трения и как она направлена?
4. В чём заключается физический смысл коэффициента вязкости? В каких единицах он измеряется? От чего он зависит (для жидкости и газа)?
5. Каков механизм внутреннего трения в газе и жидкости по представлениям кинетической теории?
6. В чём заключается метод Стокса.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Т. И. Трофимова. Курс физики. – М.: Высшая школа, 2020 г.
2. И. В. Савельев. Курс общей физики. т. 1 – М.: Наука, 2022 г.

Лабораторная работа № 8

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ МЕТОДОМ ОТРЫВА КОЛЬЦА.

ТЕОРИЯ

ПОВЕРХНОСТНОЕ НАТЯЖЕНИЕ

Жидкость, занимая промежуточное положение между газом и кристаллами, сочетает в себе некоторые черты обоих этих состояний. Важнейшее свойство жидкости – текучесть сближает её с газом. Жидкости, подобно газам вследствие текучести, принимают форму того сосуда, в котором они находятся, передают производимое на них давление во все стороны одинаково (закон Паскаля), выталкивают погруженное в них тело (закон Архимеда). Подобно газу жидкость изотропна.

Вместе с тем для жидкостей, как и для кристаллических тел, характерно наличие определенного объёма. Согласно рентгенографическим исследованиям, в отношении характера расположения частиц, жидкости так же занимают промежуточное положение. В расположении частиц жидкости наблюдается так называемый ближний порядок. Это означает, что по отношению к любой частице расположение ближайших к ней соседей является упорядоченным. По мере удаления от данной частицы расположение по отношению к ней других частиц становится всё менее упорядоченным, и довольно быстро порядок в расположении частиц полностью исчезает. В кристаллах имеет место дальний порядок – упорядоченное расположение частиц по отношению к любой частице наблюдается в пределах значительного объёма.

Наличие в жидкостях ближнего порядка в расположении частиц служит одной из причин того, что структуру жидкостей называют квазикристаллической (кристаллоподобной). Я.И. Френкель разработал теорию, согласно которой частицы жидкости, как и частицы твёрдого тела, в течение некоторого времени колеблются около своих положений равновесия.

Однако время «оседлой жизни» частицы жидкости очень мало – порядка $10^{-10} - 10^{-12}$ секунд, после чего частицы переходят в новые положения равновесия («меняют квартиру») и, таким образом, перемещаются внутри жидкости. Длительность «стоянок» весьма различна и беспорядочно чередуется друг с другом, но

средняя длительность колебаний около одного и того же положения равновесия оказывается у каждой жидкости определенной величиной, резко убывающей при повышении температуры. В связи с этим при повышении температуры сильно возрастает подвижность молекул, что в свою очередь влечёт за собой уменьшение вязкости жидкости.

Молекулы жидкости располагаются настолько близко друг к другу, что силы притяжения между ними имеют значительную величину. Так как взаимодействие быстро убывает с расстоянием, то, начиная с некоторого расстояния, силами притяжения между молекулами можно пренебречь. Это расстояние называют **радиусом молекулярного действия**, а сфера радиуса r – **сферой молекулярного действия**. Радиус молекулярного действия имеет величину порядка нескольких эффективных диаметров молекулы.

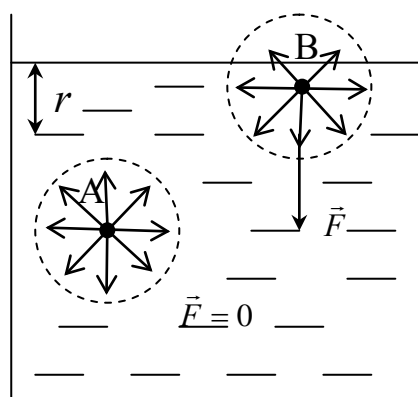


Рис.1

Выделим внутри жидкости молекулу А (рис.1) и проведем вокруг нее сферу радиуса r . Данная молекула испытывает притяжение со стороны всех молекул, находящихся в пределах сферы молекулярного действия.

Силы, с которыми эти молекулы действуют на молекулу А, направлены в разные стороны (направление сил на рисунке указано стрелками) и в среднем скомпенсированы, следовательно равно-

действующая всех этих сил для молекулы внутри жидкости равна нулю. Иначе обстоит дело, если молекула В расположена от поверхности на расстоянии, меньшем r . Так как плотность газа (или пара, с которым граничит жидкость) во много раз меньше плотности жидкости, то часть сферы молекулярного действия, выступающая за пределы жидкости, будет меньше заполнена молекулами, чем остальная часть сферы. В результате на каждую молекулу, находящуюся в поверхностном слое толщиной r , будет действовать равнодействующая сила \vec{F} , не равная нулю и направленная внутрь жидкости.

Итак, молекулы поверхностного слоя располагаются иначе, чем молекулы внутри жидкости. Они всегда обращены внутрь жидкости той стороной, которая сильнее всего подвергается притяжению со стороны других молекул. Молекулы, имеющие удлиненную, цепочкообразную форму, располагаются параллельно друг другу своей длинной стороной, нормально поверхности жидкости.

Таким образом, поверхностный слой жидкости имеет особое строение, отличное от строения остальной массой жидкости. Испытывая одностороннее втягивающее усилие внутрь жидкости, молекулы поверхностного слоя сжимают жидкость, производя на неё давление, называемое **молекулярным давлением** (или внутренним). Оно оказывается равным тысячам атмосфер, поэтому жидкость практически не сжимается. Жидкость уже сжата большим молекулярным давлением, и небольшое изменение внешнего давления мало влияет на изменение объема.

Переход молекулы из глубины жидкости в поверхностный слой связан с необходимостью совершения работы против сил, действующих в поверхностном слое. Эта работа совершается молекулой за счёт запаса её кинетической энергии и идет на увеличение потенциальной энергии молекулы.

Итак, молекулы в поверхностном слое обладают дополнительной потенциальной энергией. Так как положению равновесия соответствует минимальная потенциальная энергия, то жидкость, предоставленная самой себе, будет принимать форму шара (т.е. обладать минимальной поверхностью при заданном объёме). Из-за наличия поверхностных сил жидкость обнаруживает стремление к сокращению своей поверхности, она ведет себя так, как будто её поверхность – упругая плёнка, стремящаяся сократиться.

Выделим мысленно часть поверхности жидкости, ограниченную замкнутым контуром (рис. 2). Тенденция этого участка к сокращению приводит к тому, что он действует на граничащие с ним участки с силами, распределёнными по всему контуру. По третьему закону Ньютона внешние участки поверхностного слоя действуют на

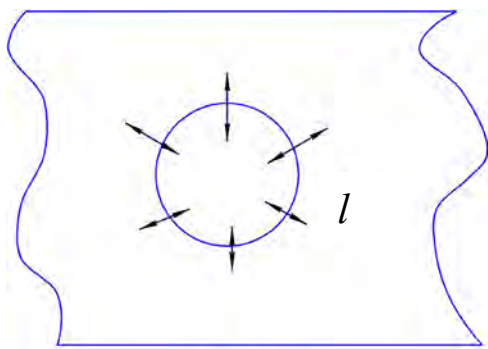


Рис. 2.

рассматриваемую часть поверхности с силами такой же величины, но противоположного направления. Эти силы называются **силами поверхностного натяжения**. Направлена сила поверхностного натяжения по касательной к поверхности жидкости, перпендикулярно к участку контура, на который она действует. **Сила поверхностного натяжения, приходящаяся на единицу длины контура**

$$\alpha = \frac{F}{l}$$

называется **коэффициентом поверхностного натяжения**. В СИ коэффициент поверхностного натяжения измеряют в H/m .

Рассмотрим (рис. 3) мыльную пленку на проволочном каркасе.

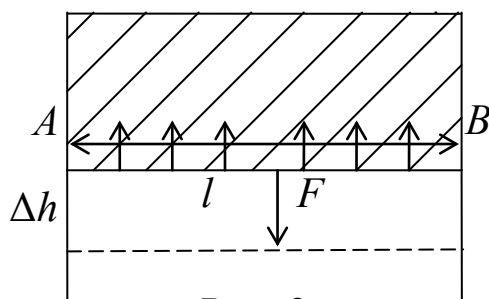


Рис. 3.

AB – подвижная сторона, длиной l . Чтобы удержать пленку в равновесии, надо подействовать силой (плёнка – жидкость, ограниченная с двух сторон поверхностными слоями).

Растянем плёнку, сместив подвижную часть AB на расстояние

Δh . Если процесс происходит изотермически, то будет совершена работа

$$\Delta A = F\Delta h = \alpha 2l\Delta h,$$

где $2l\Delta h = \Delta S$ – увеличение поверхности плёнки.

Тогда $\Delta A = \alpha \Delta S$. Совершённая при увеличении поверхности жидкости работа, вызвала изменение потенциальной энергии ΔE_p поверхностного слоя жидкости. В нашем случае энергия возросла на величину $\Delta E_p = \Delta A$. Следовательно,

$$\alpha = \frac{\Delta E_p}{\Delta S},$$

т.е. **коэффициент поверхностного натяжения численно равен изменению потенциальной энергии поверхности пленки при изменении поверхности жидкости на единицу площади**. Из последнего следует, что α можно измерять в СИ: $Дж/м^2$.

На величине коэффициента поверхностного натяжения сильно сказываются примеси. Примеры: 1) если растворить в во-

де мыло, то коэффициент поверхностного натяжения снижается до 0,045 Н/м; 2) если растворить в воде $NaCl$, то α увеличивается.

С повышением температуры различие в плотностях жидкости и её насыщенного пара уменьшается. В связи с этим уменьшается и коэффициент поверхностного натяжения. При критической температуре α обращается в нуль.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: Определение коэффициента поверхностного натяжения жидкости.

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Метод отрыва кольца основан на разрыве плёнки, образуемой между кольцом и жидкостью (рис.4).

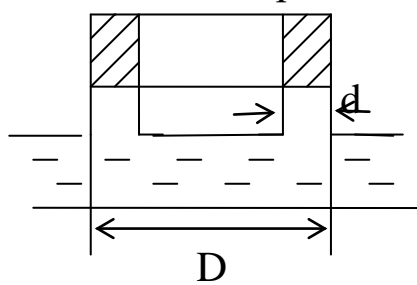


Рис. 4.

Коэффициент поверхностного натяжения определяют, как отношение силы, измеренной при отрыве кольца от поверхности жидкости, к длине границы плёнки

$$\alpha = \frac{F}{2\pi(D-d)}, \quad (5)$$

где F – сила, требуемая для отрыва кольца, равная силе поверхностного натяжения;

d - толщина стенок;

D - наружный диаметр металлического кольца;

$\pi D + \pi(D - 2d) = 2\pi(D - d)$ - длина границы пленки.

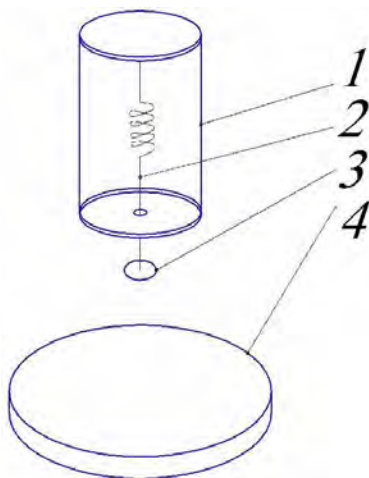


Рис. 5.

Измерительный прибор (рис. 5.) состоит из стеклянного цилиндра (1), внутри которого укреплена пружина с указателем-диск (2). К пружине подвешено металлическое кольцо (3). На столик (4) помещается сосуд с исследуемой жидкостью.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

ОБОРУДОВАНИЕ: прибор для определения коэффициента поверхностного натяжения жидкости, разновес, пинцет, штангенциркуль, термометр.

ХОД РАБОТЫ:

В условиях данного опыта, усилие, нужное для отрыва кольца от поверхности жидкости, определяют с помощью пружины. Поэтому предварительно производят **градуировку пружины, т.е. находят зависимость растяжения от нагрузки.** Градуировку производят, убрав сосуд с водой.

1. Отмечают деление l_0 по шкале, соответствующее положению указателя диска при незагруженной платформе. Глаз наблюдателя должен находиться в плоскости диска.
2. Последовательно увеличивая нагрузку от 1,5 до 10,5 г (через 1,5 г), записывают соответствующее положение диска: l_1, l_2, l_3, \dots . Затем проделывают те же измерения в обратном порядке (при уменьшении нагрузки), фиксируя положение указателя. Для соответствующих двух измерений, находят среднее арифметическое. Рассчитывают изменение длины $\Delta l = l_{cp} - l_0$ соответствующее каждой нагрузке.
3. Полученные данные заносят в таблицу 1.

Таблица 1

l_0	m (г)	$l_{увел.}$	$l_{умен.}$	$l_{ср.}$	Δl
	1,5				
	3				
	4,5				
	6				
	7,5				
	9				
	10,5				

4. Строят график градуировки пружины $\Delta l = f(m)$.
5. Проверяют начальное положение диска.
6. Наливают в чашку Петри воду и ставят ее на платформу.

7. С помощью регулировочного винта опускают кольцо так, чтобы его нижний край оказался погруженным в воду.
8. Медленно вращая регулировочный винт, следят за положением диска на шкале и отмечают деление при отрыве кольца от поверхности воды $l_{отр}$.
9. Повторяют определение $l_{отр}$ не менее 5 раз. Рассчитывают среднее значение. Данные заносят в таблицу 2.

Таблица 2

№ опыта	l_0	$l_{отр}$	$l_{ср.отр.}$	$\Delta l_{отр.}$	m	$F_{п.н.}$	D , мм	d , мм	α	$\Delta\alpha$
1										
2										
3										
4										
5										

10. Измеряют температуру воды.
11. Определяют среднее положение указателя, соответствующее моменту отрыва кольца,
 $\Delta l_{отр.} = l_{ср.отр.} - l_0$.
12. Находят по графику градуировки пружины нагрузку m , соответствующую величине $\Delta l_{отр.}$. Сила поверхностного натяжения равна весу найденной по графику массы m :
 $F = mg$
13. Измеряют штангенциркулем диаметр кольца D и толщину его стенки d .
14. Определяют коэффициент поверхностного натяжения жидкости по формуле

$$\alpha = \frac{F}{2\pi(D-d)}$$

15. Полученные опытом результаты заносят в таблицу 2.
16. Рассчитывают относительную и абсолютную погрешности при определении коэффициента поверхностного натяжения.

17. Записывают окончательный результат в виде: $\alpha = \alpha \pm \Delta\alpha$

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Какие силы называются молекулярными и как они изменяются при изменении расстояния между молекулами?
2. Как изменяется с изменением расстояния между молекулами их взаимная потенциальная энергия?
3. Почему на молекулы, находящиеся на поверхностном слое, действует сила, направленная внутрь жидкости?
4. Почему молекулы поверхностного слоя обладают дополнительной энергией?
5. Какой характер имеет тепловое движение молекул жидкости?
6. Какой физический смысл коэффициента поверхностного натяжения? От чего он зависит?

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Т. И. Трофимова. Курс физики. – М.: Высшая школа, 2020 г.
2. И. В. Савельев. Курс общей физики. т. 1 – М.: Наука, 2022 г.

Содержание

Измерение физических величин и классификация погрешностей 4
Организация работы студента в физической лаборатории 15

Лабораторные работы:

1. Определение коэффициента трения скольжения с помощью трибометра.17
2. Исследование упругих деформаций.25
3. Изучение законов соударения тел.33
4. Изучение законов динамики вращательного движения с помощью маятника Обербека.42
5. Изучение законов колебательного движения.52
6. Отношение молярных теплоёмкостей газа методом Клемана-Дезорма.69
7. Определение коэффициента вязкости жидкости методом Стокса.82
8. Определение коэффициента поверхностного натяжения жидкости методом отрыва кольца.88

Ответственный за выпуск Е.В. Славорова
Корректор Г.Н. Елисева

Заказ № 273–Р. Тираж 100 экз. Подписано в печать 01.06.2023 г.
ФГБОУ ВО Вологодская ГМХА 160555, г. Вологда, с. Молочное, ул. Емельянова, 1